

منطق ریاضی که به آن **منطق نمادین** نیز گفته می‌شود، دستور زبان ریاضی یا مطالعه در ساختار جمله‌هایی است که در ریاضی به کار برده می‌شود. این شاخه از ریاضی به بررسی دقیق استدلال‌ها می‌پردازد و اعتبار یک استدلال را مشخص می‌کند.

هر جمله خبری که در حال حاضر یا آینده، دارای ارزش درست یا ارزش نادرست باشد را **گزاره** می‌نامند.

❖ مجموع هر دو عدد فرد، همواره عددی زوج است. ❖ عدد  $2^{10} - 1$  عددی اول است.

❖ جملات **امری**، **پرسشی**، **عاطفی**، **احساسی**، **تعجبی** و **دعایی** گزاره محسوب نمی‌شوند.

❖ کتاب‌ها را روی میز بگذارید. [امری] ❖ آیا ۹۹۷ عددی اول است؟ [پرسشی] ❖ بیا و کشتی ما در شط شراب انداز. [احساسی]

❖ چه هوای دل‌انگیزی! [تعجبی] ❖ ای کاش نرفته بودی! [دعایی] ❖ تو را من چشم در راهم [عاطفی]

❖ حدس‌های ریاضی که هنوز درستی آن‌ها اثبات یا رد نشده است، گزاره محسوب می‌شوند.

❖ هر عدد زوج بزرگ‌تر از ۲ را می‌توان به صورت مجموع دو عدد اول نوشت. [حدس گلدباخ]

❖ بی‌نهایت عدد اول مانند  $p$  وجود دارد که  $p + 2$  هم اول باشد.

❖ جمله‌های خبری که نتوانیم ارزش آن‌ها را تعیین کنیم، گزاره محسوب نمی‌شوند.

❖ درس ریاضی از فیزیک آسان‌تر است. ❖ عربی دشوارترین درس است.

❖ کنکور امسال خیلی مفهومی بود. ❖ روزبه قد بلند است.

می‌بینی نیست

1 منطق ریاضی [منطق نمادین]، ..... است.

A دستور زبان ریاضی B یافتن علت و معلول در ریاضی

2 مطالعه ساختار جمله‌هایی که در ریاضی به‌کار برده می‌شود، ..... است.

A مربوط به فلسفه علم B مربوط به منطق ریاضی

3 منطق ریاضی به ..... می‌پردازد.

A بررسی دقیق استدلال‌ها B فلسفه وجودی قضیه‌ها

4 منطق ریاضی ..... را مشخص می‌کند.

A جمله بندی استدلال‌ها B اعتبار یک استدلال

5 سه جمله 1، 2 و 3 مربوط به یک استدلال است:

1 هیچ عدد زوجی به جز ۲، عدد اول نیست.

2 ۱۸ عددی زوج است.

3 ۱۸ عددی اول نیست.

در این استدلال جملات 1 و 2 را ..... و جمله 3 را ..... می‌نامند.

A مفروضات استدلال - نتیجه استدلال B مقدم - تالی

6 جمله «مجموع هر دو عدد فرد، همواره عددی زوج است.» یک گزاره ..... است.

A محسوب نمی‌شود B محسوب می‌شود

7 جمله « $2^{523} - 1$  عددی اول است.» یک گزاره ..... است.

A محسوب نمی‌شود B محسوب می‌شود

8 جمله «کتاب‌ها را روی میز بگذارید.» یک جمله ..... است و ..... .

A امری - گزاره محسوب نمی‌شود B غیرخبری - گزاره محسوب می‌شود

9 جمله «آیا ۲۰۳ عددی اول است؟» گزاره ..... است.

A محسوب نمی‌شود B محسوب می‌شود

10 جمله «مجموع هر دو عدد اول، زوج است.» گزاره ..... است.

A محسوب نمی‌شود B محسوب می‌شود

11 جمله «چه صبح دل‌انگیزی!» گزاره ..... است.

A محسوب نمی‌شود B محسوب می‌شود

12 جمله «بی‌نهایت عدد اول وجود دارد.» گزاره ..... است.

A محسوب نمی‌شود B محسوب می‌شود

13 جمله «ای کاش نرفته بودی!» گزاره ..... است.

A محسوب نمی‌شود B محسوب می‌شود

14 جمله «قشنگ یعنی تعبیر عاشقانه اشکال» گزاره ..... است.

A محسوب نمی‌شود B محسوب می‌شود

15 «هر عدد زوج بزرگ‌تر از ۲ را می‌توان به صورت مجموع دو عدد اول نوشت.»

یک ..... است که به ..... مشهور است.

A قضیه ریاضی - اصل گاوس B حدس ریاضی - حدس گلدباخ



1 کدام یک از جملات زیر گزاره محسوب نمی شود؟

- (۱) همه اعداد اول فرد هستند  
 (۳) عدد ۷ جزء اعداد مقدس است.  
 (۲) بعضی اعداد صحیح، مربع کامل هستند.  
 (۴) مربع هیچ عدد صحیح فرد بر ۸ بخش پذیر نیست.

2 کدام یک از گزینه های زیر یک گزاره است؟

- (۱) قد علی از رضا بلندتر است.  
 (۳) علی از رضا خوشگل تر است.  
 (۲) علی قد بلند است.  
 (۴) علی خوشگل است.

3 کدام یک از گزینه های زیر یک گزاره است؟

- (۱) روزبه باهوش است.  
 (۳) کنکور امسال خیلی مفهومی بود.  
 (۲) درس آمار و احتمال درس ساده ای است.  
 (۴) اسحاق نیوتن در روز اول ماه می ۱۶۰۱ متولد شد.

02

جدول ارزش گزاره ها

p	q
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

هر گزاره همواره دارای یکی از دو ارزش درست یا نادرست است. بنابراین اگر دو گزاره مانند p و q را در نظر بگیرید، آن گاه برای ارزش آن ها می توان یک جدول به شکل مقابل تشکیل داد که دارای ۴ حالت است.

اگر ارزش یک گزاره همواره درست باشد آن را با T و اگر ارزش آن همواره نادرست باشد با F نشان می دهند. [این دو حرف، حروف اول کلمات True و False هستند].

به طور کلی اگر n گزاره داشته باشیم، جدول ارزش آن ها دارای  $2^n$  سطر است.

مینی تست

- 1 هر ..... همواره دارای یکی از دو ارزش درست یا نادرست است.  
 A گزاره B قضیه  
 2 ارزش گزاره «عکس هر عدد مثبت از خودش کوچک تر است.» ..... است.  
 A درست B نادرست  
 3 ارزش گزاره «مربع هر عدد طبیعی از خودش بزرگ تر است.» ..... است.  
 A درست B نادرست  
 4 ارزش گزاره «مجموع هر دو عدد طبیعی متوالی فردی فرد است.» ..... است.  
 A درست B نادرست  
 5 در جدول ارزش چند گزاره، اگر دو سطر دلخواه را در نظر بگیریم، .....  
 A تمام درایه های دو سطر با هم تفاوت دارند  
 B حداقل یک تفاوت در درایه های آن ها وجود دارد  
 6 جدول ارزش ۳ گزاره، دارای ..... حالت است.  
 A ۸ B ۶

1 A 2 B 3 B 4 A 5 B 6 A

4 ارزش کدام یک گزاره های زیر نادرست است؟

- (۱) مجموع هر سه عدد فرد، فرد است.  
 (۳) مجموع هر سه عدد زوج، عددی زوج است.  
 (۲) حاصل ضرب هر سه عدد فرد، عددی فرد است.  
 (۴) حاصل ضرب هر چهار عدد فرد، عددی زوج است.

5 ارزش کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

- (۱) مربع هر عدد اول، فرد است.  
 (۳) جمع هر دو عدد اول همواره زوج است.  
 (۲) مربع هر عدد صحیح، یک عدد طبیعی است.  
 (۴) توان چهارم هر عدد فرد، همواره عددی فرد است.

6 ارزش کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

- (۱) جمع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.  
 (۳) جمع هر دو عدد اول، عددی مرکب است.  
 (۲) جمع هر دو عدد گویا، عددی گویا است.  
 (۴) جمع هر دو عدد مربع کامل، هیچگاه مربع کامل نیست.

7 اگر از میان تعدادی گزاره، یک گزاره را حذف کنیم از تعداد سطرهای جدول ارزش گزاره ها ۸ سطر کم می شود، تعداد گزاره های اولیه کدام است؟

۳ (۱) ۴ (۳) ۵ (۲) ۶ (۴)





8 در جدول ارزش گزاره‌های  $p, q, r, s$  چند بار حرف «ن» به معنای نادرست نوشته می‌شود؟

۱۶ (۱)      ۸ (۲)      ۳۲ (۳)      ۶۴ (۴)

9 اگر ۵ گزاره به گزاره‌های موجود اضافه کنیم، تفاضل یا خارج قسمت تعداد سطرهای جدول ارزش جدید نسبت به قدیم کدام است؟

۱) تفاضل برابر ۵      ۲) خارج قسمت برابر ۳۲      ۳) خارج قسمت برابر ۵      ۴) تفاضل برابر ۳۲

### نقیض گزاره

03

جمله‌ای خبری که معنایی متضاد و مخالف با خود گزاره دارد را **نقیض گزاره** می‌نامند.

☀️ نقیض گزاره «۵ عددی اول است» به صورت «۵ عددی اول نیست» خواهد بود.

🍏 ساده‌ترین روش برای ساختن نقیض یک گزاره، آوردن عبارت «این‌طور نیست که» قبل از گزاره اصلی یا «منفی کردن فعل جمله خبری» است.

نقیض گزاره  $p$  را با  $\sim p$  نشان می‌دهند و به علامت « $\sim$ » **ناقض** می‌گویند.

🍏 نقیض کلمات و نمادهای مهم و پرکاربرد را در جدول زیر ببینید:

نقیض نمادها		نقیض کلمات	
$<$	$\geq$	فرد	زوج
$>$	$\leq$	گنگ	گویا
$=$	$\neq$	نیست	است

🍏 اگر دو گزاره  $p$  و  $q$  دارای ارزش یکسانی باشند، آن را به صورت  $p \equiv q$  نمایش می‌دهیم.

🍏 اگر  $p$  یک گزاره باشد، نقیض نقیض گزاره  $p$  را به صورت  $\sim(\sim p)$  نشان می‌دهند که همواره هم ارز منطقی با خود گزاره  $p$  است، یعنی:

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

🍏 معمولاً برای ساده کردن گزاره‌هایی که **فعل‌های منفی** در آن‌ها به کار رفته، می‌توان از نقیض نقیض استفاده کرد.

☀️ گزاره «۲۴ عددی غیرزوج نیست» معادل است با:  $24 \text{ عددی زوج است} \equiv \sim(24 \text{ عددی غیرزوج نیست}) \sim$

### مینی‌تست

6 نقیض گزاره «مریم دانش آموز است.» به صورت «.....» است.

A مریم دانش آموز نیست      B مریم دانشجو است

7 نقیض گزاره « $x \geq y$ » به صورت «.....» است.

A  $x < y$       B  $x \leq y$

8 گزاره « $x < y$ » نقیض گزاره «.....» است.

A  $x > y$       B  $x \geq y$

9 نقیض گزاره «.....» به صورت « $a \neq b$ » است.

A  $a < b$       B  $a = b$

10 نقیض گزاره «۲ عددی طبیعی است.» به صورت «.....» است.

A ۲ عددی گنگ است      B ۲ عددی غیرطبیعی است

11 نقیض گزاره «۲ عددی اول است.» به صورت «.....» است.

A ۲ عددی مرکب است      B ۲ عددی غیراول است

1 گزاره «قد علی ۱۸۷ سانتی‌متر است.» نقیض گزاره «.....» است.

A قد علی کم‌تر از ۱۸۷ سانتی‌متر است.

B چنین نیست که قد علی ۱۸۷ سانتی‌متر است.

2 نقیض گزاره «میلاد زبان انگلیسی می‌آموزد.» به صورت «.....» است.

A میلاد زبان فارسی می‌آموزد

B چنین نیست که میلاد زبان انگلیسی می‌آموزد

3 نقیض گزاره «۱۷ عددی زوج نیست.» به صورت «.....» قابل بیان است.

A ۱۷ عددی غیر فرد است      B ۱۷ عددی اول است

4 نقیض گزاره «۲ عددی زوج است.» به صورت «.....» می‌باشد.

A ۲ عددی فرد است      B ۲ عددی فرد نیست

5 نقیض گزاره « $\sqrt{2}$  عددی گویا است.» به صورت «.....» است.

A  $\sqrt{2}$  عددی گنگ نیست      B  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است

← NEXT

- 12 نقیض گزاره «اقلیدس، ریاضی‌دان ایرانی است.» به صورت «.....» است.  
 A اقلیدس، ریاضی‌دان ایرانی نیست.  
 B چنین نیست که اقلیدس ریاضی‌دان است.
- 13 نقیض نقیض گزاره «این طور نیست که  $\sqrt{2}$  عددی گنگ نیست.» به صورت «.....» است.  
 A  $\sqrt{2}$  گنگ است  
 B  $\sqrt{2}$  گنگ نیست
- 14 گزاره « ۱۱ عددی غیر اول نیست.» معادل با گزاره «.....» می‌باشد.  
 A ۱۱ عددی اول است  
 B ۱۱ عددی غیر اول است
- 15 گزاره « ۱۷ عددی غیر فرد نیست.» معادل با گزاره «.....» می‌باشد.  
 A ۱۷ عددی زوج است  
 B ۱۷ عددی زوج نیست
- 16 نقیض گزاره «  $a \in \{a, b, c\}$  » به صورت «.....» است.  
 A  $a \subseteq \{a, b, c\}$   
 B  $a \notin \{a, b, c\}$

12 A 13 A 14 A 15 B 16 B

10 نقیض گزاره «علی موسیقی‌دان است» کدام است؟

(۱) علی موسیقی کار نمی‌کند. (۲) علی موسیقی نمی‌داند. (۳) علی موسیقی‌دان نیست. (۴) علی ساز نمی‌زند.

11 نقیض گزاره «عدد  $a$ ، عددی نامنفی نیست» کدام است؟

(۱) عدد  $a$  مثبت است. (۲) عدد  $a$  منفی است. (۳) عدد  $a$  نامثبت است. (۴) عدد  $a$  بزرگ‌تر یا مساوی صفر است.

12 نقیض نقیض گزاره « ۳ عددی غیر اول نیست» کدام است؟

(۱) ۳ عددی غیر اول است. (۲) ۳ عددی اول است. (۳) ۳ عددی مرکب است. (۴) ۳ عددی اول نیست.

13 گزاره «این طور نیست که ۴ عددی فرد نیست.» معادل با کدام گزاره است؟

(۱) ۴ عددی زوج است. (۲) ۴ عددی فرد است. (۳) ۴ عددی غیر اول است. (۴) ۴ عددی مرکب است.

04

### گزاره مرکب

از ترکیب دو یا چند گزاره به وسیلهٔ رابط‌های گزاره‌ای (ادات ربط) گزاره‌های مرکب به دست می‌آید. [در ادامه ادات ربط برای گزاره‌ها را به‌طور مفصل معرفی می‌کنیم].

♣ عدد ۲ زوج است و عدد ۵ مضرب ۳ است.

♣ عدد ۲ زوج است و عدد ۵ مضرب ۳ است.

♣ یک مستطیل، مربع است اگر و تنها اگر اقطار آن عمود باشند.

♣ اگر ۲ عددی زوج باشد آنگاه ۳ عددی فرد است.

1 گزاره ..... یک گزاره مرکب است.

1 گزاره ..... یک گزاره مرکب است.

A ۲ عددی فرد است یا ۳ عددی اول است

A امروز هوا ابری و بارانی است

B ۲ عددی زوج و اول است

B امروز هوا سرد است و فردا هوا گرم است

2 گزاره ..... یک گزاره ساده محسوب می‌شود.

2 گزاره ..... یک گزاره مرکب است.

A از هر نقطه خارج یک صفحه بی‌شمار صفحه بر آن عمود می‌شود

A امیر و سامان روی هم، ۱۳۸ کیلو وزن دارند

B اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد آنگاه لوزی است

B وزن امیر ۶۸ کیلوگرم و وزن سامان ۷۰ کیلوگرم است

3 گزاره ..... یک گزاره ساده محسوب می‌شود.

3 گزاره ..... یک گزاره مرکب محسوب می‌شود.

A اگر ۲ عددی فرد باشد آنگاه ۳ عددی فرد است

A عدد  $\sqrt{2} + \sqrt{5}$  گنگ است

B مجموع دو عدد اول عددی زوج است

B اگر  $\sqrt{2}$  گنگ باشد، آنگاه  $2\sqrt{2}$  نیز گنگ است

1 B 2 B 3 B 4 A 5 A 6 B

14 کدام گزاره یک گزاره مرکب است؟

(۱) عدد ۲ زوج اول است.

(۲) علی و امیر با هم به سینما رفتند.

(۳) مجموع دو عدد اول همواره زوج است.

(۴) امروز هوا سرد و فردا هوا گرم است.

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

اگر p و q دو گزاره باشند، ترکیب فصلی آن‌ها را به صورت  $p \vee q$  نشان می‌دهند و «p یا q» خوانده می‌شود. در این ترکیب به نماد « $\vee$ » فاصل می‌گویند.

ارزش گزاره حاصل از ترکیب فصلی دو گزاره فقط وقتی نادرست است که هر دو گزاره p و q نادرست باشند و در غیر این صورت ارزش این گزاره مرکب، درست است.

گزاره «۲ عددی فرد است یا ۵ عددی اول است.» گزاره درستی است چون یکی از مؤلفه‌های آن ارزش درست دارد.

اگر چند گزاره با هم ترکیب فصلی شده باشند، در صورتی ارزش این گزاره مرکب درست خواهد بود که لااقل (دست‌کم) یکی از گزاره‌ها درست باشد.

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

اگر p و q دو گزاره باشند، ترکیب عطفی آن‌ها را با نماد  $p \wedge q$  نشان می‌دهند و «p و q» خوانده می‌شود. در این ترکیب به نماد « $\wedge$ » عاطف می‌گویند.

ارزش گزاره حاصل از ترکیب عطفی دو گزاره فقط وقتی درست است که هر دو گزاره p و q درست باشند و در غیر این صورت ارزش این گزاره مرکب نادرست است.

گزاره «تهران پایتخت ایران است و عربستان یک کشور اروپایی است» گزاره‌ای نادرست است چون یکی از مؤلفه‌های آن ارزش نادرست دارد.

اگر چندین گزاره با هم ترکیب عطفی شده باشند، ارزش این گزاره مرکب در صورتی درست است که همه گزاره‌ها درست باشند.

مینی تست

- ارزش گزاره مرکب «۲ عدد گویا است یا ۶ عدد گنگ است.» ..... است.
 

A درست - درست B نادرست - نادرست
- ارزش گزاره مرکب «تهران پایتخت ایران است یا شیراز مرکز استان فارس است.» ..... است.
 

A درست - درست B نادرست - نادرست
- ارزش گزاره مرکب «یک عددی اول است یا صفر مثبت است.» ..... است.
 

A درست - درست B نادرست - نادرست
- ارزش گزاره مرکب « $(2 < 1) \vee (2 + 3 = 5)$ » ..... است.
 

A درست B نادرست - نادرست
- اگر x یک عدد حقیقی باشد، ارزش گزاره مرکب « $(5 > 3) \vee (x^2 + 1 = 0)$ » ..... است.
 

A درست B نادرست
- گزاره مرکب  $p \vee p$  ..... است.
 

A همواره درست B از نظر منطقی با گزاره p هم‌ارزش
- اگر گزاره T گزاره همواره درست باشد، گزاره مرکب  $p \vee T$  .....
 

A با گزاره p هم‌ارزش است B همواره درست است
- اگر گزاره F گزاره همواره نادرست باشد، گزاره مرکب  $p \vee F$  .....
 

A با گزاره p هم‌ارزش است B همواره نادرست است
- گزاره  $T \vee F$  یک گزاره با ارزش ..... است.
 

A درست B نامعلوم
- اگر گزاره  $p \vee q$  دارای ارزش نادرست باشد، نتیجه می‌گیریم ..... است.
 

A p درست و q نادرست B p نادرست و q درست
- گزاره  $p \vee \sim p$  دارای ارزش ..... می‌باشد؛ یعنی .....
 

A همواره نادرست - گزاره p و نقیض آن هم‌زمان نمی‌توانند درست باشند B همواره درست - یا گزاره p درست است یا نقیض آن
- اگر p و q درست و r نادرست باشد، ارزش گزاره ..... است.
 

A درست B نادرست
- اگر p درست باشد، ارزش گزاره فوق .....
 

A حتما درست است B نمی‌توان مشخص کرد
- اگر p و q نادرست و r ..... باشد، ارزش گزاره درست است.
 

A درست B نادرست
- اگر p و q نادرست باشند، ارزش گزاره .....
 

A به I بستگی دارد B نادرست است

← NEXT



16 ارزش گزاره مرکب «۲ عدد گویا است و ۶ عدد گنگ است» ..... است.  
 زیرا ارزش یکی از دو گزاره ..... است.

A درست - درست B نادرست - نادرست

17 ارزش گزاره مرکب «عراق یکی از همسایگان ایران است و پاریس پایتخت فرانسه است.» ..... است.  
 زیرا ارزش هر دو گزاره ..... است.

A درست - درست B نادرست - نادرست

18 ارزش گزاره مرکب «۲ عددی فرد است و ۵ عددی اول نیست.» ..... است.  
 زیرا ارزش هر دو گزاره ..... است.

A درست - نادرست B نادرست - نادرست

19 ارزش گزاره مرکب  $p \wedge p$  ..... است.

A همواره نادرست است B از نظر منطقی با گزاره P هم ارزش است

20 اگر گزاره T همواره دارای ارزش درست باشد. گزاره مرکب  $P \wedge T$  ..... است.

A همواره درست است B با گزاره p هم ارزش منطقی محسوب می شود

21 اگر گزاره F همواره دارای ارزش نادرست باشد. گزاره مرکب  $P \wedge F$  ..... است.

A همواره نادرست است B با گزاره p هم ارزش منطقی محسوب می شود

22 اگر گزاره  $p \sim q$  دارای ارزش درست باشد، نتیجه می گیریم ..... است.  
 P درست و q نادرست B P نادرست و q درست

23 گزاره  $p \sim p$  دارای ارزش ..... است یعنی ..... .

A همواره نادرست - یک گزاره و نقیض آن نمی تواند همزمان درست باشند

B همواره درست - گزاره و نقیض آن دارای ارزش های مخالف هم هستند

24 گزاره  $p \wedge (q \wedge r)$  را در نظر بگیرید:

اگر p و q درست و r نادرست باشد. ارزش گزاره ..... است.

A درست B نادرست

25 اگر q نادرست باشد، ارزش گزاره ..... است.

A بستگی به ارزش r و q دارد B نادرست

26 اگر p و q هر دو درست باشد، ارزش گزاره ..... است.

A درست است B بستگی به ارزش r دارد

27 اگر p, q, r درست باشد، ارزش گزاره ..... است.

A درست B نادرست

16 B 17 A 18 B 19 B 20 B 21 A 22 A 23 A 24 B 25 B 26 B 27 A

15 کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $p \wedge (q \vee r)$  درست است» را به درستی تکمیل می کند؟

(۱) p درست (۲) q درست (۳) r درست (۴) p و q درست

16 کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $p \vee (q \wedge r)$  نادرست است» را به درستی تکمیل می کند؟

(۱) q و r نادرست (۲) p درست و r نادرست (۳) p درست و q نادرست (۴) p و r نادرست

17 a و b دو عدد حقیقی غیر صفر هستند. اگر گزاره  $p$  برابر  $a + b < 0$  و گزاره  $q$  برابر  $ab \leq 0$  باشد، در صورتی که ارزش گزاره  $p \wedge \sim q$  درست باشد، کدام

گزینه درست است؟

(۱)  $a > 0, b > 0$  (۲)  $a > 0, b < 0$  (۳)  $a < 0, b > 0$  (۴)  $a < 0, b < 0$

06

ترکیب شرطی

اگر p و q دو گزاره باشند، ترکیب شرطی آن ها را با نماد  $p \Rightarrow q$  نشان می دهند و «اگر p آن گاه q» خوانده می شود. در ترکیب شرطی  $p \Rightarrow q$ ، گزاره p را مقدم و q را تالی می نامند.

ارزش گزاره حاصل از ترکیب شرطی دو گزاره، فقط وقتی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد. در غیر این صورت ارزش ترکیب شرطی درست است.

گزاره «اگر ۲ زوج باشد، آنگاه ۵ نیز زوج است» گزاره نادرستی است چون مقدم درست و تالی نادرست است. اگر مقدم یک ترکیب شرطی نادرست باشد، ارزش آن ترکیب شرطی درست است و به ارزش تالی بستگی ندارد.

[این قانون را انتفای مقدم می نامند.]

$F \Rightarrow P \equiv T$

ارزش گزاره «اگر ۲ فرد باشد، آنگاه همه مربع ها دایره هستند» درست است چون مقدم دارای ارزش نادرست است. [اگر روزی برسد که ۲ فرد شود دیگر هیچ چیز از هیچ کس بعید نیست و سنگ روی سنگ بند نخواهد شد. بنابراین بیراه نیست که در این چنین شرایط بفرنجی، همه مربع ها دایره شوند.]

$P \Rightarrow T \equiv T$

اگر تالی یک ترکیب شرطی درست باشد، ارزش آن ترکیب شرطی درست است و به ارزش مقدم بستگی ندارد.

اگر  $p \Rightarrow q$  یک گزاره شرطی باشد، گزاره  $q \Rightarrow p$  را عکس ترکیب شرطی می نامند.

ارزش یک ترکیب شرطی و عکس آن الزاماً یکسان نیست.

اگر  $p \Rightarrow q$  یک گزاره شرطی باشد، آن گاه گزاره  $\sim q \Rightarrow \sim p$  را عکس نقیض ترکیب شرطی می نامند. یعنی برای ساختن عکس نقیض یک ترکیب

شرطی جای فرض (مقدم) و حکم (تالی) عوض شده و هر دو گزاره نقیض می شود.

اگر عددی اول باشد، آنگاه فرد است. عکس نقیض اگر عددی زوج باشد، آنگاه اول نیست.

$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$

عکس نقیض هر ترکیب شرطی با خود ترکیب شرطی هم ارز است. یعنی همواره داریم:

دو گزاره زیر عکس نقیض هم بود و با هم معادل هستند:

1 اگر در مثلث ABC داشته باشیم  $a^2 = b^2 + c^2$  آنگاه  $\hat{A} = 90^\circ$  است. 2 اگر در مثلث ABC، زاویه  $\hat{A}$  برابر  $90^\circ$  نباشد، آنگاه  $a^2 \neq b^2 + c^2$ .

مینی تست



گزاره  $\sim p \Rightarrow q$  را در نظر بگیرید:

9 اگر p درست باشد، ارزش گزاره .....  
 A درست است  
 B بستگی به ارزش q دارد

10 اگر q درست باشد، ارزش گزاره .....  
 A درست است  
 B بستگی به ارزش p دارد

11 اگر p نادرست و q درست باشد، ارزش گزاره ..... است.  
 A درست  
 B نادرست

گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$  را در نظر بگیرید:

12 اگر r درست باشند، ارزش گزاره .....  
 A درست است  
 B بستگی به ارزش p دارد

13 اگر q نادرست باشد، ارزش گزاره .....  
 A درست است  
 B بستگی به ارزش p و r دارد

14 اگر p نادرست و r درست باشد، ارزش گزاره ..... است.  
 A درست  
 B نادرست

15 اگر p نادرست باشد، ارزش گزاره .....  
 A نادرست است  
 B بستگی به ارزش r دارد



16 دو گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$  و  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$  .....  
 A هم ارز هستند  
 B هم ارز نیستند

17 اگر  $p \Rightarrow q$  نادرست باشد، در مورد  $q \Rightarrow p$  می توان گفت .....  
 A درست است  
 B ممکن است درست باشد

1 گزاره شرطی «اگر ۳ عددی اول باشد، آنگاه ۵ از ۸ بزرگ تر است.» یک گزاره شرطی با ارزش ..... است، زیرا .....  
 A نادرست - مقدم درست و تالی نادرست است  
 B درست - مقدم و تالی به هم ارتباط ندارند

2 ارزش گزاره مرکب «اگر ۵۳ عددی فرد باشد، آنگاه ۱۰ عددی اول نیست.» همواره ..... است، زیرا .....  
 A درست - مقدم و تالی هر دو درست هستند  
 B نادرست - برای بررسی درستی گزاره تالی، نیازی به گزاره مقدم نداریم

3 ارزش گزاره مرکب «اگر مثلث ۴ ضلع داشته باشد،  $\sqrt{2}$  گویا است.» همواره ..... است، چون که .....  
 A نادرست - می دانیم  $\sqrt{2}$  عدد گنگ است  
 B درست - مقدم نادرست است

4 اگر گزاره T گزاره همواره درست باشد، گزاره شرطی  $p \Rightarrow T$  ..... است.  
 A همواره درست  
 B هم ارز منطقی با گزاره p

5 اگر گزاره F گزاره همواره نادرست باشد، گزاره مرکب  $F \Rightarrow p$  ..... است.  
 A هم ارز منطقی با گزاره p  
 B همواره درست

6 گزاره  $T \Rightarrow p$  ..... و گزاره  $p \Rightarrow F$  ..... است.  
 A هم ارز با  $\sim p$  - همواره درست - همواره نادرست  
 B همواره درست - همواره نادرست

7 گزاره شرطی  $p \Rightarrow p$  دارای ارزش ..... است.  
 A همواره درست  
 B معادل با گزاره p

8 گزاره  $p \Rightarrow \sim p$  از نظر ارزشی با ..... هم ارز است.  
 A p  
 B  $\sim p$





- 18 عکس نقیض گزاره شرطی «اگر ۵۳ عددی اول باشد، آن‌گاه ۵۳ عددی فرد است.» به صورت ..... بیان می‌شود.  
 A اگر ۵۳ عددی اول نباشد، آن‌گاه ۵۳ عددی زوج است  
 B اگر ۵۳ عددی زوج باشد، آن‌گاه ۵۳ عددی اول نیست
- 19 عکس نقیض گزاره شرطی «اگر امروز جمعه باشد، مدرسه تعطیل است.» به صورت ..... بیان می‌شود.  
 A اگر مدرسه تعطیل نباشد، آن‌گاه امروز جمعه نیست  
 B اگر مدرسه تعطیل نباشد، امروز شنبه است
- 20 عکس نقیض گزاره «اگر مثلثی متساوی‌الساقین نباشد، قائم‌الزاویه است.» به صورت ..... بیان می‌شود.  
 A اگر مثلثی قائم‌الزاویه نباشد، متساوی‌الساقین است  
 B اگر مثلثی قائم‌الزاویه باشد، متساوی‌الساقین نیست
- 21 گزاره  $q \Rightarrow \sim p$  با گزاره ..... هم‌ارز است.  
 A  $\sim q \Rightarrow p$   
 B  $q \Rightarrow p$

18 B 19 A 20 A 21 B

18 عکس نقیض گزاره «اگر مثلث ABC متساوی‌الاضلاع باشد، آن‌گاه متساوی‌الساقین است.» کدام است؟

- (۱) اگر مثلث ABC متساوی‌الساقین نباشد، آن‌گاه متساوی‌الاضلاع نیست.  
 (۲) اگر مثلث ABC متساوی‌الاضلاع نباشد، آن‌گاه متساوی‌الساقین نیست.  
 (۳) اگر مثلث ABC متساوی‌الاضلاع نباشد، آن‌گاه متساوی‌الساقین است.  
 (۴) اگر مثلث ABC متساوی‌الساقین باشد، آن‌گاه متساوی‌الاضلاع است.

19 گزاره «اگر او متدین باشد، آن‌گاه درستکار است» معادل با کدام گزینه است؟

- (۱) اگر او درستکار باشد، آن‌گاه او متدین است.  
 (۲) اگر او متدین نباشد، آن‌گاه او درستکار نیست.  
 (۳) اگر او درستکار نباشد، آن‌گاه او متدین نیست.  
 (۴) او درستکار نیست ولی او متدین است.

20 اگر گزاره  $(p \Rightarrow q)$  نادرست باشد و  $r$  گزاره دلخواهی باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر همواره نادرست است؟

- (۱)  $(p \wedge \sim q) \vee r$  (۲)  $(\sim q \Rightarrow \sim p) \Rightarrow r$  (۳)  $(p \vee \sim q) \vee r$  (۴)  $p \Rightarrow (q \wedge r)$

21 اگر گزاره‌ای درست و  $q$  و  $r$  گزاره‌هایی دلخواه باشند، کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- (۱)  $p \Rightarrow (q \vee r)$  (۲)  $p \Rightarrow (p \wedge q)$  (۳)  $(r \wedge q) \Rightarrow \sim p$  (۴)  $(\sim p \wedge q) \Rightarrow (\sim p \vee r)$

22 کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $(p \Rightarrow q) \vee r$  درست است» را به طور نادرست تکمیل می‌کند؟

- (۱)  $r$  درست (۲)  $p$  نادرست (۳)  $q$  و  $r$  نادرست (۴)  $q$  درست

23 کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $p \Rightarrow (q \vee r)$  درست است» را به طور نادرست تکمیل می‌کند؟

- (۱)  $p$  نادرست (۲)  $q$  درست (۳)  $r$  نادرست (۴)  $q$  و  $r$  درست

24 کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $(p \vee q) \Rightarrow r$  درست است» را به طور نادرست تکمیل می‌کند؟

- (۱)  $r$  و  $p$  درست (۲)  $r$  و  $q$  درست (۳)  $p$  و  $q$  درست (۴)  $p$ ،  $q$  و  $r$  نادرست

25 اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $p \Rightarrow (q \wedge r)$  همواره ..... است.

- (۱)  $p$  و  $q$  درست - نادرست (۲)  $r$  و  $q$  درست - درست  
 (۳)  $r$  و  $q$  نادرست - نادرست (۴)  $p$  و  $r$  نادرست - نادرست

26 اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge r$  درست است.

- (۱)  $p$  نادرست (۲)  $p$  و  $q$  درست  
 (۳)  $r$  درست و  $q$  نادرست (۴)  $r$  و  $q$  درست

27 کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $p \wedge (q \Rightarrow r)$  .....» را به درستی تکمیل می‌کند؟

- (۱)  $p$  و  $q$  درست - بستگی به  $r$  دارد (۲)  $p$  و  $r$  درست - درست است  
 (۳)  $r$  و  $q$  نادرست - بستگی به  $p$  دارد. (۴) همه موارد





28  $a, b, c$  سه عدد حقیقی غیر صفر هستند. اگر گزاره  $p$  برابر  $\frac{a}{b} > 0$ ، گزاره  $q$  برابر  $\frac{c}{ab} > 0$  و گزاره  $r$  برابر  $b + c > 0$  باشد، در صورتی که ارزش گزاره  $p \vee \sim(q \wedge r)$  نادرست باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $c > 0, b < 0, a > 0$  (۲)  $c < 0, b > 0, a < 0$  (۳)  $c > 0, b > 0, a > 0$  (۴)  $c < 0, b < 0, a < 0$

29  $a, b, c$  سه عدد حقیقی غیر صفر هستند. اگر گزاره  $p$  برابر  $a + b = 0$ ، گزاره  $q$  برابر  $a + c < 0$  و گزاره  $r$  برابر  $c < 0$  باشد، در صورتی که ارزش گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  نادرست باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $c > 0, b > 0, a < 0$  (۲)  $c < 0, b > 0, a > 0$  (۳)  $c > 0, b < 0, a < 0$  (۴)  $c < 0, b < 0, a > 0$

## شرط لازم و کافی

07

خواندنی

گزاره  $p \Rightarrow q$  را به صورت‌های زیر نیز می‌توانیم بخوانیم:

1  $p$  شرط کافی برای  $q$  است.

2  $q$  شرط لازم برای  $p$  است.

اگر بخواهیم ببینیم گزاره  $x$  چه شرطی برای گزاره  $y$  است، باید  $x \Rightarrow y$  و همچنین  $x \Rightarrow y$  را تشکیل دهیم. در این صورت:

1 اگر  $x \Rightarrow y$  درست باشد،  $x$  شرط کافی برای  $y$  است.

2 اگر  $y \Rightarrow x$  درست باشد،  $x$  شرط لازم برای  $y$  است.

## مینی تست

فرض کنیم گزاره  $p$  به صورت «یک چهارضلعی، مستطیل است.» و گزاره  $q$  به صورت «آن چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.» بیان شده باشد:

5 گزاره  $p \Rightarrow q$  به صورت ..... بیان می‌شود.

A اگر یک چهارضلعی، مستطیل باشد، آن‌گاه متوازی‌الاضلاع است

B اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، آن‌گاه مستطیل است

6 گزاره  $p \Rightarrow q$  دارای ارزش ..... است، یعنی .....

A درست - مستطیل بودن برای متوازی‌الاضلاع بودن کافیتست

B نادرست - مستطیل بودن برای متوازی‌الاضلاع بودن کافی نیست

7 گزاره  $q \Rightarrow p$  دارای ارزش ..... است، یعنی .....

A درست - مستطیل بودن برای متوازی‌الاضلاع بودن ضروری (لازم) است

B نادرست - مستطیل بودن برای متوازی‌الاضلاع بودن ضروری (لازم) نیست

1 اگر گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  درست باشد، می‌توان گفت  $p$  شرط ..... است و  $q$  شرط ..... برای  $p$  است.

A لازم - کافی

B کافی - لازم

2 فرض کنیم  $p \Rightarrow q$  نادرست باشد، در این صورت گزاره  $p$  شرط ..... برای گزاره  $q$  است و گزاره  $q$  شرط ..... برای  $p$  است.

A غیرکافی - غیرلازم

B غیرلازم - غیرکافی

3 گزاره « $\sqrt{2}$  عدد حقیقی است.» شرط ..... برای گزاره « $\sqrt{2}$  گنگ است.» محسوب می‌شود.

A کافی و غیرلازم

B لازم و غیرکافی

4 گزاره «یک چهارضلعی مربع است.» شرط ..... برای گزاره «این چهارضلعی لوزی است.» محسوب می‌شود.

A لازم و غیرکافی

B کافی و غیرلازم

1 B 2 A 3 B 4 B 5 A 6 A 7 B

30 تساوی  $x=y$  چه شرطی برای  $|x|=|y|$  است؟

- (۱) لازم و کافی (۲) لازم و غیرکافی (۳) غیرلازم و کافی (۴) غیرلازم و غیرکافی

31 متوازی‌الاضلاع بودن یک چهارضلعی چه شرطی برای لوزی بودن آن است؟

- (۱) لازم و کافی (۲) لازم و غیرکافی (۳) غیرلازم و کافی (۴) غیرلازم و غیرکافی

32 نامساوی  $a \leq b$  چه شرطی برای نامساوی  $a^3 \leq b^3$  است؟

- (۱) لازم و کافی (۲) لازم و غیرکافی (۳) غیرلازم و کافی (۴) غیرلازم و غیرکافی

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

به ترکیب عطفی هر گزاره شرطی و عکس آن یعنی  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ ، ترکیب دو شرطی گفته می‌شود و به صورت « $p \Leftrightarrow q$ » نشان داده می‌شود و به صورت‌های زیر خوانده می‌شود:

۱ اگر p آن‌گاه q و برعکس. ۲ p اگر و تنها اگر q ۳ شرط لازم و کافی برای q است.

ارزش ترکیب دو شرطی زمانی درست است که دو گزاره p و q هم ارزش باشند. یعنی هر دو درست یا هر دو نادرست باشند. در غیر این صورت ارزش آن نادرست است.



گزاره دو شرطی همیشه درست را قضیه دو شرطی می‌نامند. اگر مثلث قائم‌الزاویه باشد آنگاه  $a^2 = b^2 + c^2$  و برعکس.

$$q \Leftrightarrow p \equiv p \Leftrightarrow q$$

اگر  $p \Leftrightarrow q$  یک گزاره دو شرطی باشد، آن‌گاه گزاره  $q \Leftrightarrow p$  را عکس آن می‌نامند که هم ارز با خود گزاره است.

### مینی تست

- 1 ارزش گزاره مرکب « $2 > 3 \Leftrightarrow -2 < -3$ » ..... است. **A** درست **B** نادرست
- 2 ارزش گزاره مرکب «به‌ازای هر a و b،  $a \in \{b\}$  اگر و تنها اگر  $a = b$ » ..... است. **A** درست **B** نادرست
- 3 ترکیب دو شرطی  $p \Leftrightarrow T$  از نظر ارزشی ..... است. **A** همواره درست **B** هم ارز با گزاره p
- 4 ترکیب دو شرطی  $p \Leftrightarrow F$  از نظر ارزش گزاره‌ها، ..... است. **A** همواره نادرست **B** هم ارز با گزاره  $\sim p$
- 5 ترکیب دو شرطی  $T \Leftrightarrow F$  یک گزاره با ارزش ..... است. **A** نادرست **B** درست
- 6 ترکیب دو شرطی  $p \Leftrightarrow \sim p$  دارای ارزش ..... است. **A** معادل با p **B** همواره نادرست

1 A 2 A 3 B 4 B 5 A 6 B

33 اگر گزاره‌ای نادرست و q و r گزاره‌هایی دلخواه باشند. در این صورت کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

(1)  $(\sim p \wedge q) \Leftrightarrow (p \wedge q)$  (2)  $(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee q)$  (3)  $(p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee r)$  (4)  $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \wedge r)$

34 اگر  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  نادرست باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(1)  $(p \vee r) \Leftrightarrow (q \vee r)$  (2)  $(p \wedge r) \Leftrightarrow (q \wedge r)$  (3)  $(p \wedge r) \Leftrightarrow (q \vee r)$  (4)  $(p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (q \Rightarrow r)$

35 کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $p \vee (q \Leftrightarrow r)$  درست است» را به نادرستی تکمیل می‌کند؟

(1) p و r درست (2) p و q درست (3) r و q درست (4) p و r نادرست

36 کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $(p \vee q) \Leftrightarrow r$  درست است» را به طور نادرستی تکمیل نمی‌کند؟

(1) p و q درست (2) p و r نادرست (3) p و r درست (4) q درست و r نادرست

37 کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r$  درست است» را به طور نادرستی تکمیل نمی‌کند؟

(1) p درست و q نادرست (2) p، q و r نادرست (3) p، q درست و r نادرست (4) q درست و r نادرست

38 کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r$  درست است» را به طور نادرستی تکمیل نمی‌کند؟

(1) p و q درست و r نادرست (2) p درست و q نادرست (3) p، q و r نادرست (4) p نادرست و q درست

39 کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $(p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r)$  درست است» را به درستی تکمیل می‌کند؟

(1) p و q درست (2) q نادرست و p درست (3) p و r نادرست (4) r و q درست

برای حل و فصل سؤالات مربوط به تحلیل جدول باید از روی ارزش گزاره‌های داده شده، ارزش گزاره‌های پایه و اصلی یعنی  $p, q, r, \dots$  را تعیین کنیم تا بتوانیم ارزش گزاره‌ای که در مسئله خواسته شده را از گزینه‌ها تشخیص دهیم. گاهی اوقات هم ممکن است نتوان به طور دقیق ارزش  $p$  و  $q$  را مشخص کرد و فقط وضعیت آن‌ها نسبت به هم معلوم باشد مثلاً بگوییم  $p$  و  $q$  هم ارزش‌اند یا مثلاً بگوییم  $p$  و  $q$  هم ارزش نیستند.

p	q	r	$p \vee q$	$p \vee r$
.....	.....	.....	ن	د

در جدول مقابل از آنجا که  $p \vee q$  نادرست است می‌توان نتیجه گرفت که هم  $p$  و هم  $q$  نادرست هستند و با توجه به آن‌که  $p \vee r$  درست و  $p$  نادرست است می‌توان نتیجه گرفت که  $r$  قطعاً درست است:

مینی‌تست

1 در جدول زیر ارزش گزاره  $p$  ..... و ارزش گزاره  $q$  ..... است.

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \vee q$	$p \wedge q$
.....	.....	د	د	ن

- A نادرست - درست
- B درست - نادرست

2 در جدول زیر ارزش گزاره  $p$  ..... و ارزش گزاره  $q \sim p \vee$  ..... است.

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \vee \sim q$
.....	.....	ن	ن

- A نادرست - درست
- B درست - نادرست

3 در جدول زیر ارزش گزاره  $p$  ..... و ارزش گزاره  $p \vee q$  ..... است.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
.....	.....	ن	د

- A نادرست - درست
- B درست - نادرست

4 در جدول زیر، ارزش گزاره  $p \Rightarrow q$  کدام است؟

p	q	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow q$
.....	.....	د	.....

- A درست
- B نادرست

5 در جدول زیر ارزش گزاره  $p \vee q \sim$  کدام است؟

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \wedge q$	$\sim p \vee q$
.....	.....	د	ن	.....

- A درست
- B نادرست

6 در جدول زیر ارزش گزاره  $p$  ..... و ارزش گزاره  $q$  ..... است و در نتیجه ارزش گزاره  $p \wedge q \sim$  ..... است.

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p \wedge q$
.....	.....	ن	.....

- A نادرست - درست - درست
- B درست - نادرست - نادرست

7 در جدول زیر ارزش گزاره  $p \vee q \sim$  ..... است.

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$
.....	.....	ن	.....

- A درست
- B نادرست

8 در جدول زیر ارزش گزاره  $p$  ..... و ارزش گزاره  $q$  ..... است و در نتیجه ارزش گزاره  $p \Rightarrow q$  ..... است.

p	q	$p \vee q$	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow q$
.....	.....	ن	د	.....

- A درست - درست - نادرست
- B نادرست - نادرست - درست

9 در جدول زیر ارزش گزاره  $p \wedge q$  ..... است.

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \vee q$	$p \wedge q$
.....	.....	د	د	.....

- A درست
- B نادرست

10 در جدول زیر ارزش گزاره  $p \Rightarrow (q \vee r)$  ..... است.

p	q	r	$p \vee (q \wedge r)$	$p \Rightarrow (q \vee r)$
.....	.....	.....	ن	.....

- A درست
- B نادرست

11 در جدول زیر ارزش گزاره  $q \Rightarrow r$  ..... است.

p	q	r	$p \Rightarrow (q \vee r)$	$q \Rightarrow r$
.....	.....	.....	ن	.....

- A درست
- B نادرست

12 با تعیین ارزش  $p$  و  $q$  گزاره مناسب برای ستون آخر جدول زیر گزاره ..... است.

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \wedge r$	.....
.....	.....	ن	د	د

- A  $q \Rightarrow p$
- B  $r \Leftrightarrow q$

13 با تعیین ارزش گزاره‌های  $p, q$  و  $r$  گزاره مناسب برای ستون سمت راست در

جدول زیر گزاره ..... است.

p	q	r	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow r$	.....
.....	.....	.....	د	ن	د

- A  $(q \wedge r) \Rightarrow p$
- B  $p \Rightarrow (q \wedge r)$

14 با توجه به جدول زیر گزاره مناسب، برای ستون آخر گزاره ..... است.

p	q	r	$p \vee (q \Rightarrow r)$	.....
.....	.....	.....	ن	ن

- A  $\sim p \Rightarrow r$
- B  $r \Rightarrow q$

15 با توجه به جدول زیر گزاره ..... برای ستون آخر جدول مناسب است.

p	q	r	$p \Leftrightarrow q$	$r \vee q$	.....
.....	.....	.....	ن	ن	ن

- A  $r \Rightarrow p$
- B  $r \Leftrightarrow p$

16 با توجه به جدول زیر، گزاره ..... برای ستون آخر جدول مناسب است.

p	q	r	$\sim p \Rightarrow q$	$p \vee r$	.....
.....	.....	.....	ن	د	ن

- A  $q \Rightarrow r$
- B  $r \Rightarrow q$

40 کدام گزاره مرکب زیر برای ستون آخر جدول مقابل مناسب است؟

p	q	.....
د	د	ن
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	د

- (۱)  $p \Rightarrow q$   
 (۲)  $p \Rightarrow \sim q$   
 (۳)  $\sim p \Rightarrow q$   
 (۴)  $\sim p \Rightarrow \sim q$

41 کدام گزاره مرکب زیر را برای گزاره x می توان در نظر گرفت؟

p	q	x
د	د	ن
د	ن	ن
.....	د	.....
.....	.....	ن

- (۱)  $\sim p \wedge q$   
 (۲)  $p \wedge \sim q$   
 (۳)  $p \vee \sim q$   
 (۴)  $\sim p \vee q$

42 جدول زیر سطر اول یک جدول ارزش گزاره ها را نشان می دهد. با توجه به این جدول کدام گزاره ممکن است در ستون آخر قرار گیرد؟

p	q	$\sim p \vee q$	.....
.....	.....	ن	ن

- (۱)  $\sim p \Rightarrow q$   
 (۲)  $\sim q \Rightarrow p$   
 (۳)  $p \Rightarrow q$   
 (۴)  $p \Leftrightarrow \sim q$

43 با توجه به جدول ارزش گزاره های زیر که قسمتی از آن داده شده است، کدام گزاره برای ستون آخر مناسب است؟

p	q	$p \wedge \sim q$	.....
.....	.....	د	د

- (۱)  $(p \Rightarrow q) \vee q$   
 (۲)  $p \wedge (q \Rightarrow p)$   
 (۳)  $p \Rightarrow q$   
 (۴)  $(\sim p \wedge q) \vee q$

44 با توجه به جدول ارزش گزاره های زیر که قسمتی از آن داده شده است، کدام گزاره برای ستون آخر مناسب است؟

p	q	$p \Rightarrow q$	.....
.....	.....	ن	د

- (۱)  $\sim p \wedge (p \vee q)$   
 (۲)  $p \Leftrightarrow q$   
 (۳)  $p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$   
 (۴)  $\sim p \Leftrightarrow q$

45 با توجه به جدول ارزش زیر کدام گزاره برای ستون آخر مناسب است؟

p	q	r	$p \vee (q \Rightarrow r)$	.....
.....	.....	.....	ن	ن

- (۱)  $\sim p \Rightarrow r$   
 (۲)  $r \Rightarrow q$   
 (۳)  $r \Leftrightarrow \sim q$   
 (۴)  $p \vee q$

46 با توجه به جدول مقابل، کدام گزینه می تواند در ستون آخر قرار گیرد؟

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow \sim q$	.....
.....	.....	د	د	ن

- (۱)  $\sim p \vee q$   
 (۲)  $\sim p \wedge q$   
 (۳)  $\sim p \vee \sim q$   
 (۴)  $\sim p \wedge \sim q$

47 با توجه به جدول ارزش زیر کدام گزاره برای ستون آخر مناسب است؟

p	q	r	$p \Leftrightarrow q$	$r \wedge q$	.....
.....	د	.....	ن	ن	ن

- (۱)  $r \Rightarrow p$   
 (۲)  $\sim r \Leftrightarrow p$   
 (۳)  $p \Rightarrow q$   
 (۴)  $(p \wedge q) \Rightarrow r$

48 با توجه به ارزش های مشخص شده برای گزاره ها در جدول زیر کدام گزاره در ستون آخر می تواند قرار گیرد؟

p	q	$p \vee (q \Rightarrow p)$	$p \Leftrightarrow q$	.....
.....	.....	د	ن	د

- (۱)  $p \Rightarrow q$   
 (۲)  $p \wedge q$   
 (۳)  $\sim p \vee q$   
 (۴)  $\sim q \wedge p$

49 با توجه به جدول ارزش گزاره های زیر، گزاره مناسب برای ستون آخر جدول کدام است؟

p	q	r	$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$	.....
.....	.....	.....	ن	د

- (۱)  $\sim r \Rightarrow (p \wedge \sim q)$   
 (۲)  $q \Rightarrow (p \wedge r)$   
 (۳)  $(p \vee r) \Rightarrow r$   
 (۴)  $(p \vee r) \Rightarrow q$



P	q	~p	~p∨q	p⇒q
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

هم ارزش اند.

به جدول ارزش گزاره‌های مقابل نگاه کنید و به ارزش گزاره‌ها در دو ستون آخر خوب دقت کنید، همانطور که ملاحظه می‌کنید هر گزاره شرطی یعنی  $p \Rightarrow q$  با یک ترکیب فصلی که مقدم ناقض شده باشد یعنی  $\sim p \vee q$  معادل است. به عبارت دیگر:

$$\text{○} \Rightarrow \text{□} \equiv \sim \text{○} \vee \text{□}$$

گزاره‌های همواره درست یا همواره نادرست

$p \vee \sim p \equiv T$	$p \vee T \equiv T$	$p \Rightarrow T \equiv T$	$p \Leftrightarrow p \equiv T$
$p \wedge \sim p \equiv F$	$p \wedge F \equiv F$	$F \Rightarrow p \equiv T$	$p \Leftrightarrow \sim p \equiv F$

نقیض ترکیب فصلی و شرطی و عطفی و دوشروطی

$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$	قانون دمورگان	$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$	قانون دمورگان
$\sim(p \Rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$	داخل - ۹۸	$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow \sim q \equiv \sim p \Leftrightarrow q$	داخل - سال‌های بعد

قوانین ترکیب‌های فصلی و عطفی

$\begin{cases} p \vee p \equiv p \\ p \wedge p \equiv p \end{cases}$	خودتوانی	$\begin{cases} p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \\ p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \end{cases}$	شرکت‌پذیری	$\begin{cases} p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{cases}$	جذب
$\begin{cases} p \vee q \equiv q \vee p \\ p \wedge q \equiv q \wedge p \end{cases}$	جاب‌جایی	$\begin{cases} p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \\ p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \end{cases}$	توزیع‌پذیری	$\begin{cases} p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q \\ p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q \end{cases}$	هم‌پوشانی

قانون زیر در ساده کردن عبارت‌هایی که دو بار ترکیب شرطی در آن‌ها به کار رفته بسیار مؤثر است [این قانون به عطف مقدمات شهرت دارد]

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$$

با توجه به اینکه دو گزاره  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$  و  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  هم ارزش‌نستند، قانون بالا فقط برای گزاره  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$  برقرار است.

قوانین و اتحادهای ترکیب دو شرطی

$p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$	این اتحاد در مجموعه‌ها به صورت $A = B$ آنگاه $B = A$ بیان می‌شود.	$p \Leftrightarrow q \equiv \sim p \Leftrightarrow \sim q$	این اتحاد در مجموعه‌ها به صورت $A = B$ آنگاه $A' = B'$ بیان می‌شود.
$(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv p \Leftrightarrow q$	این اتحاد در مجموعه‌ها به صورت $(A \cup B) \subseteq (A \cap B)$ آنگاه $A = B$ بیان می‌شود.	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv p \Leftrightarrow q$	این اتحاد در مجموعه‌ها به صورت $B \subseteq A$ و $A \subseteq B$ آنگاه $A = B$ بیان می‌شود.

مینی‌تست

3 گزاره «اگر هوا بارانی باشد، ورزشگاه تعطیل است.» با گزاره ..... دارای ارزش یکسانی است.  
 A هوا بارانی است یا ورزشگاه تعطیل نیست  
 B هوا بارانی نیست یا ورزشگاه تعطیل است

1 گزاره شرطی «اگر مقدم آن‌گاه تالی» با گزاره ..... هم ارزش است.  
 A نقیض مقدم یا تالی  
 B مقدم یا نقیض تالی  
 2 گزاره  $p \Rightarrow \sim q$  با گزاره ..... هم ارزش محسوب می‌شود.  
 A  $\sim p \vee \sim q$   
 B  $q \vee \sim p$

← NEXT



4 گزاره شرطی «اگر درس خوانی در امتحانات مردود می شوی.» از نظر ارزشی با گزاره ..... معادل است.

A درس می خوانی یا در امتحانات مردود می شوی

B درس نمی خوانی و در امتحانات مردود می شوی

5 گزاره  $p \vee \sim q$  نقیض گزاره ..... محسوب می شود.

A  $\sim p \vee q$

B  $\sim p \wedge q$

6 نقیض گزاره «به خانه می روم و شام می خورم.» گزاره ..... است.

A به خانه نمی روم و شام می خورم

B به خانه نمی روم یا شام نمی خورم

7 نقیض گزاره «۲ زوج است یا  $\sqrt{2}$  گویا است.» به صورت ..... است.

A ۲ فرد است و  $\sqrt{2}$  گنگ است

B ۲ زوج نیست یا  $\sqrt{2}$  گویا نیست

8 نقیض گزاره شرطی «اگر نان بخوری، چاق می شوی.» به صورت ..... است.

A اگر نان نخوری چاق نمی شوی

B نان می خوری و چاق نمی شوی

9 نقیض گزاره شرطی  $(q \Rightarrow p) \sim$  به صورت ..... است. (داخل - ۹۸)

A  $\sim q \wedge \sim p$

B  $q \wedge \sim p$

10 نقیض گزاره «یک چهارضلعی متوازی الاضلاع است اگر و تنها اگر قطرهای آن، همدیگر را نصف کنند.» گزاره «یک چهارضلعی متوازی الاضلاع ..... اگر و تنها اگر قطرهای آن، همدیگر را نصف نکنند.» است.

A است

B نیست

11 نقیض گزاره  $\sim q \Leftrightarrow p$  به صورت ..... به دست می آید.

A  $\sim p \Leftrightarrow \sim q$

B  $\sim p \Leftrightarrow q$

12 گزاره مرکب [رژا درس می خواند.] یا [رژا درس می خواند و دریا کتاب می خرد.] معادل با گزاره ..... است.

A دریا کتاب می خرد

B رژا درس می خواند

13 گزاره مرکب «هوا گرم است.» و «هوا گرم است یا مدیر در اتاقش نیست.» هم ارزش با گزاره ..... است.

A مدیر در اتاقش نیست

B هوا گرم است

14 گزاره مرکب [«هوا بارانی است» یا «هوا بارانی نیست و امروز دوشنبه است.»] هم ارزش منطقی با گزاره «هوا بارانی است ..... امروز دوشنبه است.» است.

A یا

B و

15 گزاره مرکب  $p \Rightarrow (p \vee q)$  ، ..... که به این قانون ادخال فاصل گفته می شود.

A همواره درست است

B با گزاره  $p$  هم ارزش است

16 گزاره مرکب [«اگر هوا برفی باشد.» آن گاه «هوا برفی است یا امروز شنبه است.»] ..... است.

A همواره درست است

B با گزاره «هوا برفی است» ارزش منطقی یکسان دارد

17 گزاره مرکب  $(p \wedge q) \Rightarrow$  یک گزاره همواره درست است که به این قانون حذف عاطف گفته می شود.

A  $\sim p$

B  $p$

18 گزاره شرطی «اگر  $\sqrt{2}$  عددی مثبت و عددی گنگ باشد، آن گاه .....» یک گزاره همواره درست است.

A  $\sqrt{2}$  عدد مثبت است

B  $\sqrt{2}$  ممکن است گنگ نباشد

19 گزاره شرطی  $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$  با گزاره ..... هم ارزش است.

A  $p \Leftrightarrow q$

B  $p \wedge q$

20 با استفاده از جبر گزاره ها، استدلال زیر با کدام گزینه کامل می شود؟

$$p \Rightarrow (p \wedge q) \equiv \sim p \vee (p \wedge q) \equiv \dots$$

$$(\sim p \wedge p) \vee (\sim p \wedge q) \equiv \sim p \wedge q \quad \text{A}$$

$$(\sim p \vee p) \wedge (\sim p \vee q) \equiv \sim p \vee q \quad \text{B}$$

21 با استفاده از جبر گزاره ها، استدلال زیر با کدام گزینه کامل می شود؟

$$(p \vee q) \Rightarrow p \equiv \sim (p \vee q) \vee p \equiv \dots$$

$$(\sim p \vee p) \vee q \equiv T \vee q \equiv T \quad \text{A}$$

$$(\sim p \wedge \sim q) \vee p \equiv (\sim p \vee p) \wedge (\sim q \vee p) \equiv T \wedge (\sim q \vee p) \equiv \sim q \vee p \quad \text{B}$$

22 با استفاده از جبر گزاره ها، استدلال زیر با کدام گزینه کامل می شود؟

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow p) \equiv \sim p \vee (q \Rightarrow p) \equiv \dots$$

$$\sim p \vee (\sim q \vee p) \equiv (\sim p \vee p) \vee (\sim q) \equiv T \quad \text{A}$$

$$\sim p \wedge (\sim q \vee p) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge p) \equiv \sim p \wedge \sim q \quad \text{B}$$

23 کدام استدلال برای گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow p$  درست است؟

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow p \equiv \sim (p \Rightarrow q) \vee p \equiv (p \wedge \sim q) \vee p \equiv p \quad \text{A}$$

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow p \equiv (\sim p \vee q) \vee p \equiv (\sim p \vee p) \vee q \equiv T \quad \text{B}$$

4 A 5 B 6 B 7 A 8 B 9 B 10 A 11 A 12 B 13 B 14 A 15 A 16 A 17 B 18 A 19 A 20 B 21 B 22 A 23 A

50 نقیض گزاره  $(p \vee q) \Rightarrow \sim p$  کدام است؟

۴  $\sim (p \vee q)$

۳  $\sim (p \wedge q)$

۲  $p \vee \sim q$

۱  $p \vee q$





51 نقیض گزاره « مثلث ABC قائم الزاویه است اگر و تنها اگر  $a^2 = b^2 + c^2$  » کدام است؟

- ۱) مثلث ABC قائم الزاویه است ولی  $a^2 = b^2 + c^2$  نیست.  
 ۲) مثلث ABC قائم الزاویه نیست و  $a^2 = b^2 + c^2$  نیست.  
 ۳) مثلث ABC قائم الزاویه نیست اگر و تنها اگر  $a^2 = b^2 + c^2$ .  
 ۴) مثلث ABC قائم الزاویه نیست یا  $a^2 = b^2 + c^2$  نیست.

(مشابه خارج - ۹۸)

52 هم ارز گزاره «  $\sim r \Rightarrow (p \wedge q)$  » کدام است؟

- ۱)  $\sim p \vee \sim (q \wedge r)$  ۲)  $\sim p \wedge \sim (q \wedge r)$  ۳)  $(\sim p \vee q) \Rightarrow r$  ۴)  $\sim p \vee \sim (q \wedge r)$

53 گزاره  $(p \wedge q) \vee \sim (p \vee q)$  در کدام صورت درست است؟

- ۱) p درست و q نادرست ۲) p نادرست و q درست ۳) p و q هم ارزش باشند. ۴) همواره درست است.

54 اگر گزاره‌ای نادرست و q و r گزاره‌هایی دلخواه باشند، در این صورت کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- ۱)  $(q \vee p) \Rightarrow (p \wedge r)$  ۲)  $p \wedge (q \wedge r)$  ۳)  $(r \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$  ۴)  $(q \Rightarrow r) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

55 جدول ارزش کدام گزاره با سایر گزاره‌ها تفاوت دارد؟

- ۱)  $(p \wedge \sim q) \Rightarrow p$  ۲)  $p \Rightarrow (p \vee \sim q)$  ۳)  $(p \vee q) \Rightarrow p$  ۴)  $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$

56 کدام گزینه با سایر گزینه‌ها در جدول ارزش گزاره‌ها متفاوت است؟

- ۱)  $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$  ۲)  $\sim p \Leftrightarrow \sim p$  ۳)  $(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$  ۴)  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

57 کدام گزاره با سایر گزاره‌ها دارای ارزش متفاوت است؟

- ۱)  $p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$  ۲)  $\sim p \vee q$  ۳)  $p \Rightarrow (p \wedge q)$  ۴)  $(p \vee q) \Rightarrow (q \wedge p)$

58 کدام گزینه یک گزاره همواره نادرست است؟

- ۱)  $p \wedge \sim (\sim q \Rightarrow p)$  ۲)  $p \Rightarrow (p \vee q)$  ۳)  $p \Rightarrow (p \wedge q)$  ۴)  $[p \wedge (p \vee q)] \Leftrightarrow p$

(مشابه خارج - ۹۸)

59 هم ارز گزاره  $p \Rightarrow [\sim (q \Rightarrow p) \vee q]$  کدام است؟

- ۱) p ۲)  $p \Rightarrow \sim q$  ۳)  $q \Rightarrow p$  ۴)  $\sim q \Rightarrow \sim p$

(مشابه خارج - ۹۸)

60 هم ارز گزاره  $q \Rightarrow [\sim (p \Rightarrow q) \wedge \sim p]$  کدام است؟

- ۱) q ۲)  $\sim p \Rightarrow q$  ۳) p ۴)  $\sim q$

(خارج - ۹۸)

61 گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$  ، با کدام گزاره زیر هم ارزش است؟

- ۱)  $p \vee (q \wedge r)$  ۲)  $p \wedge (q \vee r)$  ۳)  $r \Rightarrow (p \wedge q)$  ۴)  $r \Rightarrow (p \vee q)$

(مشابه خارج - ۹۸)

62 گزاره  $p \wedge [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q]$  هم ارز با کدام گزاره است؟

- ۱) p ۲) همواره درست است. ۳)  $\sim p$  ۴) همواره نادرست

(مشابه خارج - ۹۸)

63 گزاره  $[p \wedge \sim (q \Rightarrow p)] \Rightarrow [\sim q \Rightarrow (p \wedge \sim q)]$  هم ارز با کدام گزاره است؟

- ۱)  $p \Rightarrow r$  ۲)  $q \vee r$  ۳) همواره نادرست ۴) همواره درست

(مشابه خارج - ۹۸)

64 اگر گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$  درست باشند، کدام گزاره زیر همواره درست است؟

- ۱)  $r \Rightarrow p$  ۲)  $p \vee r$  ۳)  $\sim p \Rightarrow r$  ۴)  $p \Rightarrow r$

65 در هم‌ارزی  $x \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$  به جای x کدام گزاره قرار گیرد تا ارزش کل گزاره همواره نادرست شود؟

- ۱) p ۲)  $\sim p$  ۳) q ۴)  $\sim q$

66 مجموعه‌های A و B هر یک دارای ۶ گزاره هستند که ۳ تا از گزاره‌ها درست و ۳ نای دیگر نادرست است. اگر گزاره‌های p و q به تصادف از مجموعه‌های

A و B انتخاب شوند، احتمال آن که گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow p$  درست باشد، کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{2}$  ۲)  $\frac{3}{4}$  ۳)  $\frac{2}{3}$  ۴)  $\frac{1}{3}$

67 مجموعه‌های A, B, C هر یک شامل ۴ گزاره هستند که نصف آن‌ها ارزش درست دارند. اگر گزاره p به تصادف از A و گزاره q به تصادف از B و گزاره

r به تصادف از C انتخاب شود، احتمال آن که گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  درست باشد، کدام است؟

- ۱)  $\frac{5}{8}$  ۲)  $\frac{3}{8}$  ۳)  $\frac{7}{8}$  ۴)  $\frac{1}{8}$



هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر باشد و با جای‌گذاری مقادیری از مجموعه مرجع (مجموعه‌ای که گزاره مورد بحث در آن معنی دارد) به جای متغیر یا متغیرهای آن تبدیل به یک گزاره شود، گزاره نما نامیده می‌شود.

عبارت  $n^2 + 4$  عددی مربع کامل است.

تساوی‌هایی که برحسب یک یا چند متغیر باشند، گزاره نما محسوب می‌شوند. بنابراین تمام معادلات ریاضی گزاره نما به حساب می‌آیند.

معادله  $x^2 + 3x - 4 = 0$  یک گزاره نما ی یک متغیره است.

نامساوی‌هایی که برحسب یک یا چند متغیر باشند، گزاره نما محسوب می‌شوند. بنابراین تمام نامعادلات ریاضی گزاره نما به حساب می‌آیند.

نامعادله  $x^2 > 2x$  یک گزاره نما ی یک متغیره است.

در هر گزاره نما مجموعه مقادیری را که می‌توان به جای متغیرهای آن قرار داد، تا این گزاره نما را به گزاره تبدیل کند، دامنه متغیر گزاره نما می‌نامند و با حرف  $D$  نشان می‌دهند.

در گزاره نما « $p$  عددی اول است» دامنه متغیر گزاره نما  $D = \mathbb{N}$  است.

در گزاره نما « $a$  عددی فرد است» دامنه متغیر گزاره نما  $D = \mathbb{Z}$  است.

در گزاره نما « $x$  عددی گنگ است» دامنه متغیر گزاره نما  $D = \mathbb{R}$  است.

برای پیدا کردن دامنه معادلات و نامعادلات کسری باید اعدادی را پیدا کنیم که مخرج را صفر نکند.

دامنه متغیر گزاره نما  $\frac{x}{x^2 - 4} < 1$  به صورت  $D = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$  و دامنه متغیر گزاره نما  $\frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1} = 0$  به صورت  $D = \mathbb{R} - \{1\}$  است.

برای پیدا کردن دامنه معادلات و نامعادلات رادیکالی با فرجه زوج، باید اعدادی را پیدا کنیم که زیر رادیکال را منفی نکند.

دامنه متغیر گزاره نما  $\sqrt{x - 2} < 2$  به صورت  $D = [2, +\infty)$  و دامنه متغیر گزاره نما  $\frac{2}{\sqrt{3 - x}} < 1$  به صورت  $D = (-\infty, 3)$  است.

در هر گزاره نما، مجموعه عضوهایی از دامنه متغیر را که به ازای آن‌ها، گزاره نما به گزاره درست تبدیل می‌شود، مجموعه جواب گزاره نما می‌نامند و با حرف  $S$  نشان می‌دهند.

$$1 \quad 2 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2 \Rightarrow D = (-\infty, 2]$$

مجموعه جواب گزاره نما  $\sqrt{2 - x} < 1$  به صورت مقابل به دست می‌آید:  $S = (1, 2]$

$$2 \quad \sqrt{2 - x} < 1 \Rightarrow 2 - x < 1 \Rightarrow x > 1$$

اگر  $D$  دامنه متغیر گزاره نما و  $S$  مجموعه جواب گزاره نما باشد، همواره  $S \subseteq D$  است.

### مینی تست

1 جمله ..... یک گزاره نما است.

6 تساوی  $x^2 + 2x = 5$  یک ..... است.

A  $P$  عددی اول است

A گزاره نما

B 3 عددی اول است

B گزاره

2 جمله ..... یک گزاره نما است.

7 تساوی  $2x + 2y = 6$  یک گزاره نما .....

A  $x$  عددی گنگ است

A محسوب می‌شود

B  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است

B محسوب نمی‌شود

3 جمله خبری ..... یک گزاره نما است.

8 تساوی  $z^3 + y^3 = x^3$  یک گزاره نما .....

A همه اعداد فرد مضرب 3 هستند.

A محسوب می‌شود

B عدد  $a$  مضرب 3 است.

B محسوب نمی‌شود

4 جمله خبری ..... یک گزاره نما محسوب می‌شود.

9 نامساوی  $x > y + 2$  یک گزاره نما .....

A حاصل جمع عددی با مربع آن عدد، برابر 6 است.

A محسوب می‌شود

B مجموع هر دو عدد متوالی بر 5 بخش پذیر است.

B محسوب نمی‌شود

10 همه معادله‌ها و نامعادله‌های ریاضی ..... هستند.

5 نامساوی  $x^2 + x > 2$  یک ..... است.

A گزاره

A گزاره نما

← NEXT

D =  $\mathbb{Z}$  B

D =  $\mathbb{R}$  A

گزاره نما B

گزاره A

12 دامنه متغیر گزاره‌نمای «a مضرب 5 است.» به صورت ..... است.

$D = \mathbb{R}$  (A)  $D = \mathbb{Z}$  (B)

13 دامنه متغیر گزاره‌نمای  $\sqrt{x+1} > 5$  به صورت ..... است.

$x \geq -1$  (A)  $x \geq 1$  (B)

14 دامنه متغیر گزاره‌نمای  $\frac{1}{x-2} = 5$  به صورت ..... است.

$\mathbb{R} - \{2\}$  (A)  $x = \frac{11}{5}$  (B)

15 دامنه متغیر گزاره‌نمای  $\frac{x}{|x|-1} = 2$  شامل ..... است.

بی‌شمار عضو (A) دو عضو (B)

16 دامنه متغیر گزاره‌نمای  $\frac{1}{\sqrt{x-1}} > 1$  به صورت ..... است.

$x \geq 1$  (A)  $x > 1$  (B)

17 دامنه متغیر گزاره‌نمای  $\frac{1}{|x|-2} = -1$  به صورت ..... است.

$\{2, 3\}$  (A)  $\mathbb{R} - [2, 3]$  (B)

18 دامنه متغیر گزاره‌نمای  $2x^2 + 3x = 5$  برابر ..... است.

$\mathbb{R}$  (A)  $\{1, -\frac{5}{2}\}$  (B)

19 مجموعه جواب گزاره‌نمای  $x^2 + x = 0$  به صورت ..... است.

$S = [-1, 0]$  (A)  $S = \{-1, 0\}$  (B)

20 در مورد گزاره‌نمای  $x^2 - 2x < 0$  گزینه ..... درست است.

$S = (0, 2), D = \mathbb{R}$  (A)  $S = \{0, 2\}, D = [0, 2]$  (B)

21 مجموعه جواب گزاره‌نمای  $\sqrt{x-1} > 2$  به صورت ..... است.

$x > 3$  (A)  $x > 5$  (B)

22 مجموعه جواب گزاره‌نمای  $\frac{1}{\sqrt{x-1}} > 1$  به صورت ..... است.

$x < 2$  (A)  $1 < x < 2$  (B)

23 مجموعه جواب گزاره‌نمای  $|x| + 2 = 0$  به صورت ..... است.

$\mathbb{R}$  (A)  $\emptyset$  (B)

24 مجموعه جواب گزاره‌نمای  $|x| + 2 = 0$  به صورت ..... است.

$-3 < x \leq -2$  (A)  $-2 \leq x < -1$  (B)

25 مجموعه جواب گزاره‌نمای  $\frac{(x-1)(x-4)}{x-1} = 0$  به صورت ..... است.

$\{1, 4\}$  (A)  $\{4\}$  (B)

26 تاسی را پرتاب می‌کنیم و  $p(x) = \frac{1}{6}$  مجموعه جواب این گزاره‌نما به صورت ..... است.

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  (A)  $\{1\}$  (B)

12 B 13 A 14 A 15 A 16 B 17 B 18 A 19 B 20 A 21 B 22 B 23 B 24 B 25 B 26 A

68 کدام یک از گزینه‌های زیر یک گزاره‌نما محسوب نمی‌شود؟

(1)  $p$  عددی طبیعی است (2) عدد  $a$  مضرب 4 است (3)  $2x + 3y = 6$  (4) همه اعداد فرد مضرب 3 هستند.

69 دامنه متغیر گزاره‌نمای  $\frac{1}{\sqrt{1-|x|}} > 2$  کدام است؟

(1)  $\mathbb{R} - \{1, -1\}$  (2)  $(-1, 1)$  (3)  $[-1, 1]$  (4)  $\mathbb{R} - [1, -1]$

70 دامنه متغیر گزاره‌نمای  $|x| - 2|x + 1| = 0$  کدام است؟

(1)  $\{0\}$  (2)  $\{1, -1\}$  (3)  $\mathbb{R}$  (4)  $\mathbb{R} - \{1, -1\}$

71 درباره گزاره‌نمای  $\sqrt{x-1} < 2$  کدام گزینه درست است؟

(1)  $D = (1, +\infty)$  (2)  $S = [0, 5)$  (3)  $D = [1, 2)$  (4)  $S = [1, 5)$

72 مجموعه جواب گزاره‌نمای  $\frac{x^2}{|x|-1} = 4$  کدام است؟

(1)  $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$  (2)  $\{-2, 2\}$  (3)  $\{-1, 1\}$  (4)  $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$

73 دامنه متغیر در کدام گزینه زیر مجموعه دامنه متغیر در سایر گزینه‌هاست؟

(1)  $x^2 + x = 5$  (2)  $\frac{x}{x-3} = 5$  (3)  $\sqrt{x-4} > 3$  (4)  $\frac{1}{\sqrt{x-4}} < 7$



سورها نمادهایی هستند که قبل از گزاره‌نما قرار می‌گیرند و به این وسیله گزاره‌هایی با ارزش درست یا نادرست ایجاد می‌کنند. مهم‌ترین سورها عبارتند از:  $\exists$  (سور وجودی)،  $\forall$  (سور عمومی)،  $\exists!$  (سور صفر)،  $\exists!$  (سور وحدت).  
 برای بیان مفاهیمی چون «به ازای هر یا به ازای جمیع مقادیر یا به ازای تمام مقادیر و ...» از نماد  $\forall$  استفاده شده و آن را سور عمومی می‌نامند، همچنین برای بیان مفاهیمی چون «وجود دارد یا لاقل یکی هست یا به ازای بعضی مقادیر و ...» از نماد  $\exists$  استفاده شده و آن را سور وجودی می‌نامند.

## خواندن گزاره‌های سوری

$\forall x ; p(x)$	$\exists x ; p(x)$
هر $x$ خاصیت $p$ را دارد	بعضی $x$ ها خاصیت $p$ را دارند

گزاره  $\forall x \in \mathbb{Z}; x^2 \geq 0$  به صورت «مربع تمام اعداد صحیح، نامنفی است» خوانده می‌شود.

گزاره  $\exists x \in \mathbb{Q}; \frac{1}{x} \notin \mathbb{Q}$  به صورت «لااقل یک عدد گویا وجود دارد که عکس آن گویا نیست» خوانده می‌شود.

## خواندن گزاره‌های دو سوری

$\forall x \forall y ; p(x, y)$	$\exists x \forall y ; p(x, y)$
هر $x$ و هر $y$ با هم رابطه $p$ را دارند.	بعضی $x$ ها با هر $y$ رابطه $p$ را دارد.
$\forall x \exists y ; p(x, y)$	$\exists x \exists y ; p(x, y)$
هر $x$ لاقل با یک $y$ رابطه $p$ را دارد.	بعضی $x$ ها با بعضی $y$ ها رابطه $p$ را دارند.

گزاره  $\exists x \in \mathbb{Q} \exists y \in \mathbb{Z}; x^2 = y^3$  به صورت «مربع بعضی از اعداد گویا با مکعب بعضی از اعداد صحیح، برابر است.» خوانده می‌شود.

گزاره  $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{Z}; x^2 > y^3$  به صورت «مربع هر عدد حقیقی از مکعب لاقل یک عدد صحیح بزرگ‌تر است.» خوانده می‌شود.

فرض کنید  $D$  دامنه متغیر گزاره‌نمای  $p(x)$  باشد. در این صورت گزاره  $\forall x ; p(x)$  وقتی درست است که مجموعه جواب  $p(x)$  برابر  $D$  باشد، یعنی هر عضو از دامنه متغیر در گزاره‌نمای  $p(x)$  صدق می‌کند و هیچ مثال نقضی برای آن وجود نداشته باشد. به زبان ریاضی می‌توان نوشت:

$$S=D \Rightarrow [\forall x ; p(x)] \equiv T$$

فرض کنید  $S$  مجموعه جواب گزاره‌نمای  $p(x)$  باشد، در این صورت گزاره  $\exists x ; p(x)$  وقتی درست است که مجموعه جواب  $p(x)$  ناتهی باشد، یعنی یک عضو از عالم سخن (مجموعه مرجع) مانند  $a$  بتوان یافت که اگر به جای  $x$  قرار دهیم گزاره‌نمای  $p(a)$  درست باشد. به زبان ریاضی می‌توان نوشت:

$$S \neq \emptyset \Rightarrow [\exists x ; p(x)] \equiv T$$

## مینی تست

1 گزاره «بعضی از اعداد طبیعی اول هستند.» با «.....» نشان داده می‌شود.

A سور عمومی B سور وجودی

2 گزاره «.....» با سور عمومی نوشته می‌شود.

A هر عدد اول زوج است.

B بعضی از اعداد زوج مضرب 3 هستند.

3 گزاره  $\exists x \in \mathbb{Z}; x^2 \in \mathbb{N}$  به صورت «.....» خوانده می‌شود.

A مربع بعضی اعداد صحیح، طبیعی نیست

B مربع هیچ عدد صحیحی، طبیعی نیست

4 گزاره  $\forall k \in \mathbb{Z}; k(k+1) = 2k'$  به صورت «.....» خوانده می‌شود.

A حاصل ضرب هر دو عدد صحیح، زوج است

B حاصل ضرب هر دو عدد صحیح متوالی، زوج است

5 گزاره «هر عدد طبیعی، مثبت است.» به صورت «.....» نوشته می‌شود.

A  $\forall x \in \mathbb{N}; x > 0$  B  $\exists x \in \mathbb{N}; x > 0$

6 گزاره  $\forall x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}; x^2 \in \mathbb{Q}$  به صورت «.....» خوانده می‌شود.

A مربع هر عدد گویایی، گنگ است

B مربع هر عدد گنگ، گویاست

← NEXT

- 7 گزاره «مربع برخی از اعداد حقیقی از مکعب آن‌ها بیش تر است.» به صورت ..... نوشته می‌شود.  $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > x^3$  A  $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 > x^3$  B
- 8 گزاره «لااقل یک عدد زوج در مجموعه اعداد اول وجود دارد.» به صورت ..... نوشته می‌شود. (مجموعه اعداد اول را با P نشان می‌دهند).  $\exists x \in P; x = 2k$  A  $\forall x \in P; x = 2k$  B
- 9 گزاره «هر عدد طبیعی لااقل از یک عدد صحیح بزرگ تر است.» به صورت ..... نوشته می‌شود.  $\forall x \in \mathbb{N} \exists y \in \mathbb{Z}; x > y$  B  $\exists x \in \mathbb{Z} \exists y \in \mathbb{N}; x > y$  A
- 10 گزاره «لااقل یک عدد صحیح وجود دارد که مربع آن از مکعب همه اعداد حقیقی بزرگ تر است.» به صورت ..... نوشته می‌شود.  $\forall x \in \mathbb{Z} \exists y \in \mathbb{R}; x^2 > y^3$  B  $\exists x \in \mathbb{Z} \forall y \in \mathbb{R}; x^2 > y^3$  A
- 11 ارزش گزاره « $\forall x; p(x)$ » زمانی درست است که .....  $\forall x \in \mathbb{Z}; |x| < x$  B  $\forall x \in \mathbb{Z}; |x| > x$  A
- 12 ارزش گزاره « $\forall x; p(x)$ » زمانی نادرست است که .....  $\exists x \in \mathbb{Z}; |x| + \frac{1}{x} = 0$  B  $\exists x \in \mathbb{Z}; |x| + \frac{1}{x} = 0$  A
- 13 ارزش گزاره « $\exists x; p(x)$ » زمانی درست است که .....  $\forall x \in \mathbb{Z}; x^2 \neq x$  B  $\forall x \in \mathbb{Z}; x^2 \neq x$  A
- 14 ارزش گزاره « $\exists x; p(x)$ » زمانی نادرست محسوب می‌شود که .....  $\forall a, b; (a \in \{b\} \Rightarrow b \in \{a\})$  B  $\forall a, b; (a \in \{b\} \Rightarrow b \in \{a\})$  A
- 15 ارزش گزاره « $\forall x \in \mathbb{Z}; \dots$ » درست است.  $x^2 > x$  A  $x^2 \geq x$  B
- 16 ارزش گزاره « $\exists x \in \mathbb{Z}; \dots$ » نادرست است.  $|x| < x$  B  $|x| > x$  A
- 17 ارزش گزاره « $x < 1$ ; .....» درست است.  $\exists x \in \mathbb{N}$  B  $\exists x \in \mathbb{Z}$  A
- 18 ارزش گزاره « $\forall x \in \mathbb{Z}; |x| \in \mathbb{N}$ » ..... است. نادرست B درست A
- 19 ارزش گزاره « $\forall x \in \mathbb{R}; x > \frac{1}{x}$ » ..... است. نادرست B درست A
- 20 ارزش گزاره « $\forall x \in \mathbb{N}; \frac{1}{x} \notin \mathbb{N}$ » ..... است. نادرست B درست A
- 21 ارزش گزاره « $\exists x \in \mathbb{Z}; |x| + \frac{1}{x} = 0$ » ..... است. نادرست B درست A
- 22 مثال نقض برای درستی گزاره « $\forall x \in \mathbb{Z}; x^2 \neq x$ » ..... وجود ندارد B وجود ندارد A
- 23 مثال نقض برای درستی گزاره « $\forall x \in \mathbb{Z}; x^2 > 0$ » ..... وجود ندارد B وجود ندارد A
- 24 ارزش گزاره « $\forall a, b; (a \in \{b\} \Rightarrow b \in \{a\})$ » همواره ..... است. نادرست B درست A

7 B 8 A 9 B 10 A 11 B 12 A 13 A 14 B 15 B 16 B 17 A 18 B 19 B 20 B 21 B 22 B 23 B 24 A

(خارج - 98)

74 کدام گزاره سوری زیر، دارای ارزش درست است؟

$\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + 2 > 2x$  (1)  $\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x-1}{x} = x$  (2)

$\exists x \in \mathbb{R}; |x + \frac{1}{x}| < 2$  (3)  $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2$  (4)

(مشابه خارج - 98)

75 ارزش کدام یک از گزاره‌های سوری زیر نادرست است؟ (P مجموعه اعداد اول)

$\forall x \in \mathbb{N}; \frac{1}{x} \notin \mathbb{N}$  (1)  $\exists x \in \mathbb{Z}; 2x^2 + 3x + 1 = 0$  (2)

$\exists x \in P; x = 2k (k \in \mathbb{Z})$  (3)  $\forall x \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q}); |x| \geq 0$  (4)

(مشابه خارج - 98)

76 کدام گزینه یک گزاره همواره درست نیست؟

- (1) متوازی الاضلاعی وجود دارد که لوزی نیست.  
 (2) بعضی متوازی الاضلاع‌ها مستطیل هستند.  
 (3) بعضی مستطیل‌ها مربع هستند.  
 (4) همه لوزی‌ها مربع هستند.

(مشابه خارج - 98)

77 ارزش کدام یک از گزاره‌های سوری زیر درست است؟ (P مجموعه اعداد اول)

$\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$  (1)  $\forall n \in \mathbb{N}; (n^2 + n + 4) \in P$  (2)

$\forall x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \leq -2$  (3)  $\exists n \in \mathbb{N}; (2^n - 1) \in P$  (4)

(داخل - ۹۸)

78 گزاره سوری  $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}; p(x, y)$  با کدام گزاره نمای  $p(x, y)$  دارای ارزش درست است؟

(۱)  $y - x = 6$  (۲)  $x - y = 6$  (۳)  $x + y = 6$  (۴)  $xy = 6$

(مشابه داخل - ۹۸)

79 گزاره سوری  $\exists x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{Z}; p(x, y)$  با کدام گزاره نمای  $p(x, y)$  دارای ارزش درست است؟

(۱)  $x^2 \geq y - 5$  (۲)  $y^2 \geq x - 5$  (۳)  $x^2 = y + 5$  (۴)  $y^2 = x + 5$

(مشابه داخل - ۹۸)

80 گزاره سوری  $\exists x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Z}; p(x, y)$  با کدام گزاره نمای  $p(x, y)$  دارای ارزش نادرست است؟

(۱)  $2x + y = 7$  (۲)  $3x + 5y = 7$  (۳)  $xy = 7$  (۴)  $x^2 + y^2 = 7$

(مشابه داخل - ۹۸)

81 گزاره سوری  $\forall x \in \mathbb{Z}, \forall y \in \mathbb{N}; p(x, y)$  با کدام گزاره نمای  $p(x, y)$  دارای ارزش درست است؟

(۱)  $x^2 \geq y + 1$  (۲)  $x^2 + y^2 \geq 1$  (۳)  $x + \frac{1}{y} \geq 2$  (۴)  $x^2 \geq \frac{1}{y}$

13

### نقیض سورها

برای تعیین نقیض گزاره‌های با سور عمومی و نقیض گزاره‌های با سور وجودی کافی است نوع سور را عوض کرده (یعنی به جای  $\forall$  از  $\exists$  و همچنین به جای  $\exists$  از  $\forall$  استفاده کنیم) و گزاره‌نمای داده شده را نقیض کنیم، یعنی:

$$\sim(\forall x; p(x)) \equiv \exists x; \sim p(x)$$

$$\sim(\exists x; p(x)) \equiv \forall x; \sim p(x)$$

نقیض گزاره «هر عدد اولی فرد است» به صورت «عدد اولی وجود دارد که فرد نباشد» یا به زبان ساده‌تر «لااقل یک عدد اول زوج وجود دارد» می‌باشد. نقیض گزاره «بعضی از لوزی‌ها مربع هستند» به صورت «هر لوزی مربع نیست» می‌باشد.

برای نقیض کردن گزاره‌هایی که دارای چندین سور هستند نیز همانند گزاره‌هایی با یک سور عمل می‌کنیم، یعنی به جای  $\forall$  از  $\exists$  و به جای  $\exists$  از  $\forall$  استفاده می‌کنیم و گزاره‌نمای داده شده را نیز نقیض می‌کنیم.

$$\sim(\forall x \exists y; p(x, y)) \equiv \exists x \forall y; \sim p(x, y)$$

### مینی تست

1 نقیض گزاره «هر عدد فرد، یک عدد اول نیست.» به صورت ..... است.

A عدد فردی وجود ندارد که اول نیست B عدد فردی وجود دارد که اول است

2 نقیض گزاره «هر لوزی یک مربع است.» به صورت ..... است.

A بعضی لوزی‌ها مربع نیستند B بعضی مربع‌ها لوزی نیستند

3 نقیض گزاره «بعضی از آسیاب‌ها ایرانی هستند.» به صورت ..... است.

A هر آسیابی ایرانی نیست B بعضی از آسیاب‌ها ایرانی نیستند

4 نقیض گزاره «هر مستطیلی یک مربع است.» به صورت ..... است.

A بعضی مستطیل‌ها مربع نیستند B هر مستطیلی یک مربع نیست

5 نقیض گزاره «لااقل یک عدد اول زوج وجود دارد.» به صورت ..... است.

A همه اعداد اول زوج هستند B همه عددهای اول فرد هستند

6 نقیض گزاره «حداقل یک عدد طبیعی با عکس خود برابر است.» کدام است؟

A هیچ عدد طبیعی با عکس خود برابر نیست

B همه اعداد طبیعی با عکس خود برابرند

7 نقیض گزاره « $\forall a \in \mathbb{R}; a^2 + \frac{1}{a^2} \geq 2$ » به صورت ..... است.

A  $\exists a \in \mathbb{R}; a^2 + \frac{1}{a^2} < 2$  B  $\exists a \in \mathbb{R}; a^2 + \frac{1}{a^2} \geq 2$

8 نقیض گزاره « $\forall x \in \mathbb{Z}; x^2 + x \geq 3$ » به صورت ..... است.

A  $\exists x \in \mathbb{Z}; x^2 + x \geq 3$  B  $\exists x \in \mathbb{Z}; x^2 + x < 3$

9 نقیض گزاره « $\forall x > 0; x^2 > x$ » به صورت ..... است.

A  $\exists x < 0; x^2 \leq x$  B  $\exists x > 0; x^2 \leq x$

10 نقیض گزاره « $\forall x \in \mathbb{R}; (x < 0 \Rightarrow x^2 > 0)$ » به صورت ..... است.

A  $\exists x \in \mathbb{R}; (x < 0 \wedge x^2 \leq 0)$  B  $\exists x \in \mathbb{R}; (x < 0 \Rightarrow x^2 < 0)$

11 نقیض گزاره « $\forall x \in \mathbb{Z}; (x < 0 \vee x > 0)$ » به صورت ..... است.

A  $\exists x \in \mathbb{Z}; (x \geq 0 \wedge x \leq 0)$  B  $\exists x \in \mathbb{Z}; (x > 0 \wedge x < 0)$

12 نقیض گزاره « $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 + 1 = 0$ » به صورت ..... است.

A  $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + 1 \neq 0$  B  $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + 1 \geq 0$

13 نقیض گزاره « $(\exists x \in \mathbb{R}; x > 1) \wedge (\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0)$ » کدام است؟

A  $(\forall x \in \mathbb{R}; x \leq 1) \vee (\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0)$

B  $(\forall x \in \mathbb{R}; x \leq 1) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0)$

← NEXT

1 B 2 A 3 A 4 A 5 B 6 A 7 A 8 B 9 B 10 A 11 A 12 A 13 A

14 نقیض گزاره « $\forall x \exists y; p(x, y)$ » به صورت ..... است.

15 نقیض گزاره « $\exists x \forall y; x + y > 2$ » به صورت ..... است.

به صورت ..... است.

A  $\exists x \forall y; \sim p(x, y)$  B  $\forall x \exists y; \sim p(x, y)$

A بعضی از دانش آموزان هر مدرسه از شهر تهران، ریاضی می خوانند

A  $\forall x \forall y; x + y \leq 2$  B  $\forall x \exists y; x + y \leq 2$

B بعضی از دانش آموزان در بعضی از مدارس شهر تهران، ریاضی نمی خوانند

14 A 15 B 16 B

82 نقیض گزاره « $\forall x > 0; x^2 > x$ » کدام است؟

(1)  $\exists x > 0; x^2 > x$  (2)  $\exists x < 0; x^2 < x$

(3)  $\exists x < 0; x^2 > x$  (4)  $\exists x > 0; x^2 \leq x$

83 نقیض گزاره « $\forall a, b \in \mathbb{R}; (a^2 < b^2) \Rightarrow (a < b)$ » کدام است؟

(1)  $\forall a, b \in \mathbb{R}; (a^2 < b^2) \Rightarrow (a \geq b)$  (2)  $\exists a, b \in \mathbb{R}; (a^2 \geq b^2) \Rightarrow (a < b)$

(3)  $\forall a, b \in \mathbb{R}; (a^2 < b^2) \nRightarrow (a < b)$  (4)  $\exists a, b \in \mathbb{R}; (a^2 < b^2) \wedge (a \geq b)$

84 نقیض گزاره « $(\exists a \in \mathbb{R}; \sqrt{a} < 0) \Rightarrow (\exists a \in \mathbb{R}; a^2 < 0)$ » کدام است؟

(1)  $(\exists a \in \mathbb{R}; \sqrt{a} < 0) \wedge (\forall a \in \mathbb{R}; a^2 \geq 0)$  (2)  $(\forall a \in \mathbb{R}; \sqrt{a} \geq 0) \vee (\forall a \in \mathbb{R}; a^2 \geq 0)$

(3)  $(\forall a \in \mathbb{R}; \sqrt{a} \geq 0) \wedge (\forall a \in \mathbb{R}; a^2 \geq 0)$  (4)  $(\exists a \in \mathbb{R}; \sqrt{a} < 0) \Rightarrow (\forall a \in \mathbb{R}; a^2 \geq 0)$

85 نقیض گزاره «همه دانشجویان بعضی از دانشگاه های تهران باهوشند» کدام است؟

(1) همه دانشجویان همه دانشگاه های تهران باهوش نیستند.

(2) بعضی دانشجویان بعضی از دانشگاه های تهران باهوش نیستند.

(3) بعضی از دانشجویان همه دانشگاه های تهران باهوش اند.

(4) لااقل یکی از دانشجویان هر دانشگاهی در تهران باهوش نیست.

NOTE





## فصل اول

1 **۳** مقدس بودن بار عاطفی و احساسی دارد. بنابراین جمله «**۷ مقدس است**» گزاره محسوب نمی شود.

2 **۱** گزینه های **۲**، **۳** و **۴** همگی به سلیقه افراد مرتبط هستند و تنها گزینه **۱** یک جمله خبری با ارزش درست یا نادرست است.

3 **۴** گزینه های **۱**، **۲** و **۳** علیرغم خبری بودن همگی سلیقه ای هستند.

4 **۴** حاصل ضرب چند عدد فرد، همواره فرد است، اما مجموع آن ها تنها هنگامی فرد است که تعداد آن ها فرد باشد. [مثلاً ۳ تا یا ۵ تا یا ...] پس گزینه **۴** نادرست است.

5 **۴** بررسی گزینه ها:

1 به ازای عدد اول  $p=2$ ، گزاره نادرست است.

2 به ازای عدد صحیح  $a=0$ ، گزاره نادرست است.

3 به ازای عدد اول  $p=2$  و هر عدد اول فرد دیگر، گزاره نادرست است.

4 توان، زوج یا فرد بودن عدد را عوض نمی کند.

6 **۲** بررسی گزینه ها:

1 مجموع دو عدد گنگ [مانند  $\sqrt{2}$  و  $-\sqrt{2}$ ] ممکن است گویا باشد.

2 مجموع دو عدد گویا همواره عددی گویا است.

3 مجموع دو عدد اول [مانند ۲ و ۳] ممکن است عددی اول باشد.

4 مجموع دو عدد مربع کامل [مانند ۹ و ۱۶] ممکن است مربع کامل باشد.

7 **۲** فرض کنیم تعداد گزاره ها در ابتدا برابر  $n$  باشد، در این صورت جدول ارزش آن ها دارای  $2^n$  سطر خواهد بود و در نتیجه:

$$2^n - 1 = 2^{n-1} \Rightarrow 2^n - 2^{n-1} = 1 \Rightarrow 2^{n-1} \times (2 - 1) = 1 \Rightarrow 2^{n-1} = 2^1 \Rightarrow n - 1 = 1 \Rightarrow n = 2$$

8 **۲** در جدول ارزش  $n$  گزاره،  $2^n$  سطر و  $n$  ستون وجود دارد. یعنی در مجموع  $n \times 2^n$  بار حرف «ن» و «د» نوشته می شود که از این تعداد نصفی حرف «ن» و نصفی دیگر حرف «د» هستند، بنابراین تعداد «ن» ها برابر با  $n \times 2^{n-1}$  است که در اینجا  $n = 4$  است، بنابراین جواب  $4 \times 2^3 = 32$  است.

9 **۲** در جدول ارزش  $n$  گزاره  $2^n$  سطر وجود دارد، بنابراین با اضافه شدن ۵ گزاره تعداد سطرها برابر  $2^{n+5}$  خواهد شد و در نتیجه:

$$\frac{2^{n+5}}{2^n} = 32$$

10 **۳** نقیض این گزاره با تغییر فعل **است** به فعل **نیست** به دست می آید.

11 **۴**  $a$  بزرگتر یا مساوی صفر است  $\equiv a$  نامنفی است  $\equiv (a$  نامنفی نیست)  $\sim$

12 **۲**  $3$  اول است  $\equiv (3$  غیراول است)  $\sim \equiv (3$  غیراول نیست)  $\sim$

13 **۲** ارزش نقیضی نقیض هر گزاره معادل با خود همان گزاره است:

4 فرد است  $\equiv (4$  فرد نیست)  $\sim \equiv (این\ طور\ نیست\ که\ 4$  فرد نیست)  $\sim$

14 **۴** این گزاره مرکب از دو جمله خبری «امروز هوا سرد است.» و «فردا هوا گرم است.» تشکیل شده است.

15 **۴** اگر  $q$  درست باشد، ارزش ترکیب فصلی  $q \vee r$  درست خواهد شد و اگر  $p$  نیز درست باشد، ارزش کل گزاره  $p \wedge (q \vee r)$  درست خواهد بود.

16 **۴** اگر  $p$  و  $r$  هر دو نادرست باشند، گزاره  $p \vee (q \wedge r)$  قطعاً نادرست خواهد بود، در سایر موارد این گزاره ممکن است نادرست نباشد.

17 **۴** گزاره  $p \wedge \sim q$  درست است، پس  $p$  درست و  $q$  نادرست است. با توجه به صورت سؤال داریم:

$$p: a + b < 0 \quad q: ab \leq 0$$

حال چون  $q$  نادرست است، پس  $ab > 0$  است. یعنی  $a$  و  $b$  هم علامت اند. از طرفی  $p$  درست است، پس  $a + b < 0$ . بنابراین  $a$  و  $b$  هر دو منفی هستند.

18 **۱** کافی است جای مقدم و تالی را عوض کرده و هر دو را نقیض کنیم یعنی «اگر مثلث  $ABC$  متساوی الساقین نباشد، آنگاه متساوی الاضلاع نیست.»

19 **۳** هر گزاره شرطی معادل با عکس نقیض خود است. بنابراین باید جای فرض (مقدم) و حکم (تالی) را عوض کرده و هر دو گزاره را نیز نقیض کنیم. یعنی: اومتدین نیست  $\Rightarrow$  او درستکار نیست  $\equiv$  (اومتدین است)  $\sim \Rightarrow$  (اودرستکار است)  $\sim$

20 **۴** گزاره  $p \Rightarrow q$  نادرست است، پس  $p$  درست و  $q$  نادرست است:

$$1 \quad (p \wedge \sim q) \vee r \equiv T \quad 2 \quad (\sim q \Rightarrow \sim p) \Rightarrow r \equiv F \Rightarrow F \equiv F$$

انتفای مقدم

$$3 \quad (p \vee \sim q) \vee r \equiv T \quad 4 \quad p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

21 **۴** اگر  $p$  درست باشد، نقیض آن نادرست است و ترکیب عطفی آن با هر گزاره دلخواه نادرست خواهد بود. بنابراین به انتفای مقدم گزاره شرطی گزینه **۴** درست است. در سایر گزینه ها، ارزش گزاره به ارزش گزاره های  $q$  و  $r$  بستگی دارد.

22 **۳** بررسی گزینه ها:

1  $r \equiv T \Rightarrow (p \Rightarrow q) \vee r \equiv T$

2  $p \equiv F \Rightarrow (p \Rightarrow q) \vee r \equiv T$

4  $q \equiv T \Rightarrow (p \Rightarrow q) \vee r \equiv T$

گزینه **۳** در صورت نادرست بودن  $q$  و  $r$  درستی گزاره بستگی به ارزش  $p$  دارد.

23 **۳** اگر  $r$  نادرست باشد، ارزش گزاره بستگی به گزاره های  $p$  و  $q$  خواهد داشت. و نمی توان گفت که قطعاً درست است.



24 اگر  $p$  و  $q$  درست باشند، در صورت نادرست بودن  $r$  ارزش گزاره نادرست خواهد شد. بنابراین گزینه 2 به طور نادرست جمله را تکمیل می‌کند.

25 اگر  $r$  و  $q$  هر دو درست باشند،  $q \wedge r$  درست خواهد بود و چون  $q \wedge r$  در تالی گزاره شرطی قرار دارد، با درست بودن آن ارزش کل گزاره درست خواهد شد.

26 اگر  $r$  و  $q$  هر دو درست باشند، هر دو مؤلفه ترکیب عطفی درست شده و ارزش گزاره درست خواهد بود.

27 بررسی گزینه‌ها:

1 اگر  $p$  و  $q$  هر دو درست باشند، ارزش گزاره به  $r$  بستگی خواهد داشت، زیرا اگر  $r$  درست باشد، ارزش گزاره درست و اگر  $r$  نادرست باشد، ارزش گزاره نادرست خواهد بود.

2 اگر  $p$  و  $r$  درست باشند، ارزش گزاره درست خواهد بود.

3 اگر  $q$  و  $r$  نادرست باشند، ارزش  $q \Rightarrow r$  درست خواهد شد و در نتیجه ارزش  $p \wedge (q \Rightarrow r)$  به ارزش  $p$  بستگی پیدا خواهد کرد.

28 گزاره  $p \vee \sim (q \wedge r)$  نادرست است، پس  $p$  نادرست و  $q \wedge r$  درست است. بنابراین  $q$  و  $r$  درست هستند. حال با توجه به صورت سؤال داریم:

$$p: \frac{a}{b} > 0 \quad q: \frac{c}{ab} > 0 \quad r: b+c > 0$$

حال چون  $p$  نادرست است، پس  $\frac{a}{b} < 0$  بوده و در نتیجه  $a$  و  $b$  هم علامت نیستند. از طرفی  $q$  درست است، پس  $\frac{c}{ab} > 0$  بوده و چون می‌دانیم مخرج کسری یعنی  $ab$  منفی است، پس  $c < 0$  است. گزاره  $r$  درست است، پس  $b+c > 0$  بوده و با توجه به منفی بودن  $c$ ، باید  $b > 0$  باشد، در نتیجه  $a < 0$  است.

29 گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  نادرست است، پس  $p \wedge q$  درست و  $r$  نادرست است. در نتیجه گزاره‌های  $p$  و  $q$  درست هستند. از طرفی با توجه به صورت سؤال داریم:

$$p: a+b=0 \quad q: a+c < 0 \quad r: c < 0$$

حال چون  $r$  نادرست است، پس  $c > 0$  بوده و چون  $q$  درست است، با توجه به این که  $a+c < 0$  است، پس  $a < 0$  است. از طرفی  $p$  درست بوده و با توجه به این که  $a+b=0$  است، نتیجه می‌گیریم  $b > 0$  است.

30 کافی  $x=y \Rightarrow |x|=|y|$  غیر لازم  $x=y \Rightarrow |x|=|y|$

31 غیر کافی  $\Rightarrow$  لوزی بودن  $\Rightarrow$  متوازی‌الاضلاع بودن

لازم  $\Rightarrow$  متوازی‌الاضلاع بودن  $\Rightarrow$  لوزی بودن

32 کافی  $a \leq b \Rightarrow a^3 \leq b^3$  لازم  $a^3 \leq b^3 \Rightarrow a \leq b$

33  $p$  نادرست است، پس گزاره‌های  $p \wedge r$  و  $p \wedge q$  نادرست بوده و دو طرف گزینه 4 هم‌ارزش شده و ارزش کل گزاره درست است. در سایر گزینه‌ها ارزش گزاره‌ها به ارزش  $q$  بستگی دارد.

34 چون  $r \Rightarrow (p \wedge q)$  نادرست است، پس مقدم یعنی  $(p \wedge q)$  درست و  $r$  نادرست است. بنابراین گزاره‌های  $p$  و  $q$  نیز درست‌اند.

$$1 \quad \underbrace{(p \vee r)}_T \Leftrightarrow \underbrace{(q \vee r)}_T \equiv T \quad 2 \quad \underbrace{(p \wedge r)}_F \Leftrightarrow \underbrace{(q \wedge r)}_F \equiv T$$

$$3 \quad \underbrace{(p \wedge r)}_F \Leftrightarrow \underbrace{(q \vee r)}_T \equiv F \quad 4 \quad \underbrace{(p \Rightarrow r)}_F \Leftrightarrow \underbrace{(q \Rightarrow r)}_F \equiv T$$

35 با توجه به صورت سؤال، باید گزینه‌ای را انتخاب کنیم که به ازای آن، ارزش گزاره درست نباشد. بنابراین به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

1 و 2 اگر  $p$  درست باشد، ارزش ترکیب فصلی درست است.

3 اگر  $q$  و  $r$  درست باشد، دو طرف ترکیب دوشروطی  $q \Leftrightarrow r$  درست می‌شود و در نتیجه ارزش گزاره درست خواهد بود.

4 اگر  $p$  و  $r$  نادرست باشند، ارزش گزاره به  $q$  بستگی خواهد داشت و با نادرست شدن  $q$  ارزش آن درست خواهد بود.

36 ابتدا ببینیم عبارت «به نادرست تکمیل نمی‌کند» یعنی چه؟

درست تکمیل می‌کند  $\equiv$  (نادرست تکمیل می‌کند).  $\equiv \sim$  (نادرست تکمیل نمی‌کند).  $\sim$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

1 اگر  $p$  و  $q$  درست باشند، گزاره  $(p \vee q)$  درست بوده و ارزش ترکیب دوشروطی به ارزش  $r$  بستگی دارد.

2 اگر  $p$  نادرست باشد، ارزش  $(p \vee q)$  به  $q$  بستگی دارد.

3 اگر  $p$  درست باشد، طرف اول ترکیب دوشروطی درست خواهد بود و اگر  $r$  درست باشد، دو طرف هم‌ارزش شده و ارزش کل گزاره درست خواهد شد.

4 اگر  $q$  درست باشد،  $(p \vee q)$  درست بوده و اگر  $r$  نادرست باشد، دو طرف غیر هم‌ارزش شده و ارزش کل گزاره نادرست خواهد بود.

37 بررسی گزینه‌ها:

1 اگر  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد، ارزش ترکیب دوشروطی  $p \Leftrightarrow q$  نادرست می‌شود و در نتیجه ترکیب شرطی  $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r$  بنابراین انتفای مقدم درست است.

2 و 3 اگر  $p$  و  $q$  هم‌ارزش باشند، گزاره  $p \Leftrightarrow q$  درست خواهد بود و با نادرست بودن  $r$ ، ارزش کل گزاره نادرست می‌شود.

4 اگر  $q$  درست و  $r$  نادرست باشد، ارزش گزاره به ارزش  $p$  بستگی دارد.

38 بررسی گزینه‌ها:

1 اگر  $q$  درست و  $r$  نادرست باشد، گزاره  $q \Rightarrow r$  نادرست خواهد بود و اگر  $p$  درست باشد، دو طرف ترکیب دوشروطی غیر هم‌ارزش خواهند بود و ارزش کل گزاره نادرست می‌شود.

2 اگر  $q$  نادرست باشد،  $q \Rightarrow r$  درست است و اگر  $p$  درست باشد، ارزش کل گزاره درست می‌شود.

3 اگر  $q$  نادرست باشد،  $q \Rightarrow r$  درست است و اگر  $p$  نادرست باشد، ارزش گزاره نادرست می‌شود.

4 اگر  $q$  درست باشد، ارزش  $q \Rightarrow r$  به ارزش  $r$  بستگی دارد.





39  $\Leftarrow$  ۴ می دانیم برای اینکه ارزش ترکیب دوشروطی درست باشد، باید طرفین آن هم ارزش باشند. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱ و ۲ اگر  $p$  درست باشد، ارزش  $r \Rightarrow p$  به ارزش  $r$  بستگی دارد.

۳ اگر  $p$  نادرست باشد، ارزش  $p \vee q$  به ارزش  $q$  بستگی دارد.

۴ اگر  $q$  درست باشد، ارزش  $p \vee q$  درست خواهد بود و اگر  $r$  درست باشد،  $p \Rightarrow r$  هم درست خواهد بود و در نتیجه طرفین ترکیب دوشروطی هم ارزش شده و ارزش گزاره درست خواهد بود.

40  $\Leftarrow$  ۲ وقتی دو گزاره  $p$  و  $q$  درست هستند باید ارزش گزاره مجهول نادرست باشد، [سطر اول جدول] پس گزینه ۲ مناسب است.

41  $\Leftarrow$  ۱ با توجه به ردیف اول جدول، وقتی دو گزاره  $p$  و  $q$  درست هستند باید ارزش گزاره مورد بحث نادرست باشد، بنابراین ۳ و ۴ رد می‌شوند. با توجه به ردیف دوم، وقتی گزاره  $p$  درست و  $q$  نادرست است، ارزش گزاره باید نادرست باشد، در نتیجه ۲ نیز رد می‌شود.

42  $\Leftarrow$  ۳ گزاره  $p \vee q \sim$  نادرست است، پس گزاره  $p$  درست و گزاره  $q$  نادرست است. بنابراین تنها گزاره  $p \Rightarrow q$  نادرست است و انتخاب مناسبی است.

43  $\Leftarrow$  ۲ گزاره  $p \wedge \sim q$  درست است، پس گزاره  $p$  درست و گزاره  $q$  نادرست است. بنابراین گزاره  $\underbrace{p \wedge (q \Rightarrow p)}_{\text{T}}$  درست است.

44  $\Leftarrow$  ۴ گزاره  $p \Rightarrow q$  نادرست است، پس گزاره  $p$  درست و گزاره  $q$  نادرست است. بنابراین گزاره  $\sim p \Leftrightarrow q$  درست است.

45  $\Leftarrow$  ۱ گزاره  $p \vee (q \Rightarrow r)$  نادرست است، پس گزاره  $p$  و گزاره  $r \Rightarrow q$  نادرست است. بنابراین ارزش گزاره  $q$  درست و ارزش گزاره  $r$  نادرست است؛ در نتیجه گزاره  $p \Rightarrow r \sim$  نادرست است.

46  $\Leftarrow$  ۲ گزاره  $p \Leftrightarrow q$  درست است. یعنی گزاره‌های  $p$  و  $q$  هم‌ارزش هستند. از طرفی  $p \Rightarrow \sim q$  نیز باید درست باشد. حال اگر  $p$  و  $q$  هر دو درست باشند،  $p \Rightarrow \sim q$  نادرست خواهد شد. پس  $p$  و  $q$  هر دو نادرست هستند؛ در نتیجه گزاره  $\sim p \wedge q$  نادرست است.

47  $\Leftarrow$  ۲ گزاره  $p \Leftrightarrow q$  نادرست است یعنی  $p$  و  $q$  غیرهم‌ارزش هستند و چون  $q$  درست است پس  $p$  نادرست است. همچنین از نادرستی  $r \wedge q$  نتیجه می‌گیریم  $r$  نیز نادرست است؛ در نتیجه گزاره  $\sim r \Leftrightarrow p$  نادرست خواهد بود.

48  $\Leftarrow$  ۴ گزاره  $p \Leftrightarrow q$  نادرست است یعنی  $p$  و  $q$  غیرهم‌ارزش هستند و فرض کنیم  $p$  نادرست و  $q$  درست باشد، در این صورت ارزش گزاره  $p \vee (q \Rightarrow p)$  نادرست خواهد شد ولی از آنجایی که ارزش این گزاره درست است، بنابراین  $p$  درست و  $q$  نادرست است، در نتیجه گزاره  $\sim q \wedge p$  درست خواهد بود.

49  $\Leftarrow$  ۴ ترکیب شرطی  $(q \Rightarrow r) \Rightarrow p$  نادرست است پس مقدم آن یعنی  $p$  درست و تالی آن یعنی  $r \Rightarrow q$  نادرست است. از طرفی از نادرستی ترکیب شرطی  $q \Rightarrow r$  نتیجه می‌گیریم  $q$  درست و  $r$  نادرست است، بنابراین گزاره  $(p \vee r) \Rightarrow q$  درست خواهد بود.

50  $\Leftarrow$  ۴ ابتدا هم ارزش گزاره داده شده را به دست می‌آوریم:

$$\sim p \Rightarrow (p \vee q) \equiv p \vee (p \vee q) \equiv (p \vee p) \vee q \equiv p \vee q$$

شرکت‌پذیری      شرطی به فصلی

بنابراین نقیض این گزاره برابر  $\sim (p \vee q)$  است.

51  $\Leftarrow$  ۳ کافی است یکی از دو طرف ترکیب دو شرطی را نقیض کنیم. بنابراین گزینه ۳ جواب است.

52  $\Leftarrow$  ۱ می‌دانیم هر گزاره شرطی، معادل با یک ترکیب فصلی است که مقدم ناقض شده باشد، پس:

$$(p \wedge q) \Rightarrow \sim r \equiv (p \wedge q) \vee \sim r \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee \sim r$$

$$\equiv \sim p \vee (\sim q \vee \sim r) \equiv \sim p \vee \sim (q \wedge r)$$

53  $\Leftarrow$  ۳ ابتدا گزاره داده شده را ساده می‌کنیم:

$$(p \wedge q) \vee \sim (p \vee q) \equiv \sim (p \vee q) \vee (p \wedge q)$$

جابه‌جایی      فصلی به شرطی

$$\equiv (p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv p \Leftrightarrow q$$

می‌دانیم گزاره دو شرطی  $p \Leftrightarrow q$  وقتی درست است که  $p$  و  $q$  هم‌ارزش باشند. راه دوم: می‌توانستیم ارزش گزاره‌ها را از گزینه‌ها جای‌گذاری کنیم و پاسخ را پیدا کنیم.

54  $\Leftarrow$  ۳  $p$  نادرست است پس گزاره  $p \Rightarrow q$  به انتفای مقدم درست است و گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (r \Rightarrow q)$  با درستی تالی همواره درست است.

55  $\Leftarrow$  ۳ بررسی گزینه‌ها:

$$1 \quad (p \wedge \sim q) \Rightarrow p \equiv \sim (p \wedge \sim q) \vee p \equiv (\sim p \vee q) \vee p$$

$$\equiv (\sim p \vee p) \vee q \equiv T$$

شرطی به فصلی      دموگران

$$2 \quad p \Rightarrow (p \vee \sim q) \equiv \sim p \vee (p \vee \sim q) \equiv (\sim p \vee p) \vee \sim q \equiv T$$

شرطی به فصلی

$$3 \quad (p \vee q) \Rightarrow p \equiv \sim (p \vee q) \vee p \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee p$$

$$\equiv (p \vee \sim p) \wedge (p \vee \sim q) \equiv p \vee \sim q$$

شرطی به فصلی      دموگران      توزیع‌پذیری

$$4 \quad (p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q) \equiv \sim (p \wedge q) \vee (p \vee q) \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee (p \vee q)$$

$$\equiv (\sim p \vee p) \vee (\sim q \vee q) \equiv T$$

شرطی به فصلی      دموگران      شرکت‌پذیری

56 می‌دانیم گزاره‌های  $p \Rightarrow q$  و  $\sim q \Leftrightarrow \sim p$  هم‌ارز گزاره  $p \Leftrightarrow q$  هستند. از طرفی، در گزینه ۲ با تبدیل ترکیب فصلی به شرطی داریم:

$$(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv p \Leftrightarrow q$$

پس این گزاره نیز با گزاره  $p \Leftrightarrow q$  هم‌ارز است.

57 بررسی گزینه‌ها:

عطف مقدمات

$$1 \quad p \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv (p \wedge p) \Rightarrow q \equiv p \Rightarrow q$$

$$2 \quad \sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$$

شرطی به فصلی

$$3 \quad p \Rightarrow (p \wedge q) \equiv \sim p \vee (p \wedge q)$$

$$\equiv (\sim p \vee p) \wedge (\sim p \vee q) \equiv \sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$$

$$4 \quad (p \vee q) \Rightarrow (q \wedge p) \equiv p \Leftrightarrow q$$

58 بررسی گزینه‌ها:

شرطی به فصلی      دموگان

$$1 \quad p \wedge \sim (\sim q \Rightarrow p) \equiv p \wedge \sim (q \vee p) \equiv p \wedge (\sim q \wedge \sim p)$$

$$\equiv (p \wedge \sim p) \wedge \sim q \equiv F$$

$$2 \quad p \Rightarrow (p \vee q) \equiv \sim p \vee (p \vee q) \equiv (\sim p \vee p) \vee q \equiv T$$

$$3 \quad p \Rightarrow (p \wedge q) \equiv \sim p \vee (p \wedge q) \equiv (\sim p \vee p) \wedge (\sim p \vee q) \equiv \sim p \vee q$$

جذب

$$4 \quad [p \wedge (p \vee q)] \Leftrightarrow p \equiv p \Leftrightarrow p \equiv T$$

59

شرطی به فصلی      دموگان

$$p \Rightarrow [\sim (q \Rightarrow p) \vee q] \equiv p \Rightarrow [\sim (\sim q \vee p) \vee q]$$

جذب

$$\equiv p \Rightarrow [(q \wedge \sim p) \vee q] \equiv p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

60

شرطی به فصلی      دموگان

$$q \Rightarrow [\sim (p \Rightarrow q) \wedge \sim p] \equiv q \Rightarrow [\sim (\sim p \vee q) \wedge \sim p]$$

شرکت پذیری

$$\equiv q \Rightarrow [(p \wedge \sim q) \wedge \sim p] \equiv q \Rightarrow [(p \wedge \sim p) \wedge \sim q] \equiv q \Rightarrow F \equiv \sim q$$

61

شرطی به فصلی      دموگان

$$(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge r) \equiv \sim (\sim p \vee \sim q) \vee (p \wedge r)$$

عکس توزیع پذیری

$$\equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \equiv p \wedge (q \vee r)$$

62

شرطی به فصلی      توزیع پذیری

$$p \wedge [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \equiv p \wedge [(\sim p \vee q) \wedge \sim q]$$

$$\equiv p \wedge [(\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim q)]$$

شرکت پذیری

$$\equiv p \wedge (\sim p \wedge \sim q) \equiv (p \wedge \sim p) \wedge \sim q \equiv F$$

63 چون با گزاره نسبتاً بزرگی سروکار داریم، ابتدا گزاره‌های مقدم و تالی را جداگانه ساده می‌کنیم:

عکس توزیع پذیری

$$1 \quad (p \wedge \sim r) \vee (p \wedge r) \equiv p \wedge (\sim r \vee r) \equiv p$$

شرطی به فصلی

$$2 \quad \sim q \Rightarrow (p \wedge \sim q) \equiv q \vee (p \wedge \sim q) \equiv (q \vee p) \wedge (q \vee \sim q) \equiv q \vee p$$

شرطی به فصلی      شرکت پذیری

$$1 \text{ و } 2 \quad p \Rightarrow (q \vee p) \equiv \sim p \vee (q \vee p) \equiv (\sim p \vee p) \vee q \equiv T$$

64 گزاره‌های  $p \Rightarrow q$  و  $q \Rightarrow r$  درست هستند، آنگاه دو حالت قابل تصور است:

1 اگر  $q$  درست باشد، از درستی  $q \Rightarrow r$  نتیجه می‌شود  $r$  درست است. پس گزاره  $p \Rightarrow r$  نیز درست است.

2 اگر  $q$  نادرست باشد، از درستی  $p \Rightarrow q$  نتیجه می‌شود  $p$  نادرست است پس گزاره  $p \Rightarrow r$  نیز درست خواهد بود.

اگر گزاره‌های  $q \Rightarrow r$  و  $p \Rightarrow q$  درست باشند، گزاره  $p \Rightarrow r$  نیز همواره درست است این قانون به قانون قیاس دراستنتاج مشهور است.

65 ابتدا طرف سمت چپ گزاره را ساده می‌کنیم:

عکس توزیع پذیری      تبدیل شرطی به فصلی

$$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$$

$$\equiv \sim p \vee (q \wedge \sim q) \equiv \sim p$$

F

حال چون می‌خواهیم ارزش گزاره  $X \Leftrightarrow \sim p$  نادرست باشد، باید گزاره‌های  $\sim p$  و  $X$  غیر هم‌ارز باشند، پس باید به جای  $X$  گزاره  $p$  را قرار دهیم.

66 بهتر است گزاره را ساده کنیم، طبق قانون عطف مقدمات داریم:

$$p \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv (p \wedge p) \Rightarrow q \equiv p \Rightarrow q$$

حال می‌دانیم یک گزاره شرطی از ۴ حالت ممکن در جدول ارزش گزاره‌ها در سه حالت دارای ارزش درست است؛ یعنی احتمال درستی آن  $\frac{3}{4}$  است.

67 می‌دانیم فضای نمونه ارزش ۳ گزاره  $p, q, r$  دارای  $2^3 = 8$  عضو است.

حال گزاره شرطی تنها در یک صورت نادرست است، آن هم حالتی است که مقدم درست و تالی نادرست باشد؛ چون مقدم گزاره مورد بحث ترکیب عطفی  $p$  و  $q$  است، بنابراین تنها در حالتی گزاره فوق نادرست می‌شود که  $p$  و  $q$  هر دو درست و  $r$  نادرست باشد یعنی  $A' = \{(d, d, d)\}$ ، پس احتمال نادرستی گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  برابر با  $P(A') = \frac{1}{8}$  و در نتیجه احتمال درستی گزاره فوق  $P(A) = \frac{7}{8}$  خواهد بود.

68 در گزینه ۴ هیچ متغیری وجود ندارد، بنابراین این گزینه گزاره‌نما محسوب

نمی‌شود و یک گزاره است.



69 **۲** باید زیر رادیکال مثبت باشد [چون رادیکال در مخرج کسر است، زیر آن نمی تواند صفر باشد].  
 $-1 < x < 1 \Rightarrow |x| < 1 \Rightarrow |x| > 0$

70 **۲** به جای  $x$  هر عدد حقیقی دلخواه را می توان قرار داد اما ممکن است به ازای بعضی از آن ها تساوی برقرار نشود که در این صورت یک تساوی نادرست به دست می آید که به دامنه متغیر گزاره نما مربوط نمی شود.

71 **۴** منظور از  $D$  دامنه متغیر و منظور از  $S$  مجموعه جواب گزاره نما است.

1  $x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow D = [1, +\infty)$

2  $\sqrt{x-1} < 2 \Rightarrow x-1 < 4 \Rightarrow x < 5$

بنابراین مجموعه جواب گزاره نما اشتراک 1 و 2 یعنی  $S = [1, 5)$  خواهد بود، زیرا مجموعه جواب مقادیری از دامنه هستند که به ازای آن ها یک گزاره درست به دست می آید.

72 **۲** باید معادله را حل کنیم و مقادیر  $x$  را به دست آوریم:

$$\frac{x^2}{|x|-1} = 4 \Rightarrow x^2 = 4|x| - 4 \Rightarrow x^2 - 4|x| + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (|x|-2)^2 = 0 \Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow S = \{2, -2\}$$

73 **۴** بررسی گزینه ها:

- 1  $D_1 = \mathbb{R}$       2  $D_2 = \mathbb{R} - \{3\}$   
 3  $D_3 = [4, +\infty)$       4  $D_4 = (4, +\infty)$

بنابراین  $D_4$  زیرمجموعه سایرین است.

74 **۱** گزینه های 1 و 2 و 3 به ازای هیچ  $x$  حقیقی برقرار نیستند و گزینه 4 نیز به ازای  $x=2$  برقرار نیست.

75 **۱** بررسی گزینه ها:

- 1 عکس هر عدد طبیعی الزاماً غیرطبیعی نیست مانند  $x=1$ .  
 2 چون  $3=2+1$  است، یکی از ریشه های معادله  $-1$  و دیگری  $-\frac{1}{4}$  است بنابراین یک ریشه صحیح وجود دارد.  
 3 عدد اولی که زوج باشد، وجود دارد.  
 4 قدرمطلق هر عدد گنگ الزاماً نامنفی است.

76 **۴** همه مربع ها لوزی هستند، ولی همه لوزی ها مربع نیستند.

77 **۴** بررسی گزینه ها:

- 1 به ازای  $x=1$  دو طرف برابر نیستند.  
 2 به ازای  $n=41$  عبارت مرکب خواهد شد.  
 3 به ازای  $x=-1$  نامعادله برقرار نخواهد بود.  
 4 به ازای  $n=2$  برقرار است.

78 **۱** گزاره دو سوری داده شده بیان می کند که «به ازای هر  $x$  طبیعی لاقل یک  $y$  طبیعی وجود دارد که رابطه  $p(x, y)$  برقرار باشد» که تنها در گزینه 1 این موضوع درست است. اما بررسی سایر گزینه ها:

2 به ازای  $x=1$  عدد طبیعی برای  $y$  به دست نمی آید.

3 به ازای  $x=7$  عدد طبیعی برای  $y$  به دست نمی آید.

4 به ازای  $x=5$  عدد طبیعی برای  $y$  به دست نمی آید.

79 **۲** گزاره دو سوری داده شده بیان می کند که «لاقل یک  $x$  طبیعی وجود دارد که به ازای هر عدد صحیح  $y$  رابطه  $p(x, y)$  درست باشد» که در رابطه  $x=5, y^2 \geq x-5$  به ازای  $x=5$  و هر عدد صحیح دلخواه برای  $y$  رابطه درست است. اما در سایر گزینه ها لاقل یک  $x$  نمی توان یافت که به ازای تمام اعداد صحیح رابطه برقرار شود.

80 **۴** گزاره دو سوری داده شده بیان می کند که «به ازای لاقل یک  $x, y$  صحیح رابطه  $p(x, y)$  برقرار است». حال به بررسی گزینه ها می پردازیم:

1 به ازای  $x=3, y=1$  رابطه برقرار است.

2 به ازای  $x=4, y=-1$  رابطه برقرار است.

3 به ازای  $x=7, y=1$  رابطه برقرار است.

4 مجموع مربعات هیچ دو عدد صحیحی برابر 7 نخواهد شد.

81 **۲** مجموع مربعات هر عدد صحیح و هر عدد طبیعی حداقل برابر 1 است. اما سایر گزینه ها برای هر  $x$  صحیح و هر  $y$  طبیعی برقرار نیستند و همه آن ها به ازای  $x=0$  و  $y=1$  نادرست هستند.

82 **۴**  $\sim(\forall x > 0, x^2 > x) \equiv \exists x > 0, x^2 \leq x$

83 **۴**  $\sim(\forall x; p \Rightarrow q) \equiv \exists x; p \wedge \sim q$

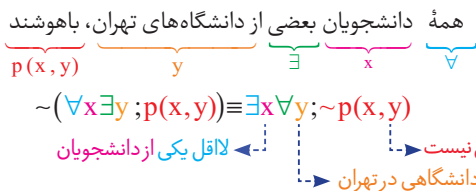
$\sim(\forall a, b \in \mathbb{R}; (a^2 < b^2) \Rightarrow (a < b)) \equiv \exists a, b \in \mathbb{R}; (a^2 < b^2) \wedge (a \geq b)$

84 **۱** نقیض گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  به صورت  $p \wedge \sim q$  است.

$$\sim[(\exists a \in \mathbb{R}; \sqrt{a} < 0) \Rightarrow (\exists a \in \mathbb{R}; a^2 < 0)]$$

$$\equiv (\exists a \in \mathbb{R}; \sqrt{a} < 0) \wedge (\forall a \in \mathbb{R}; a^2 \geq 0)$$

85 **۴** اگر گزاره را به زبان ریاضی تبدیل کنیم به صورت زیر خواهد شد:



یعنی «لاقل یکی از دانشجویان هر دانشگاهی در تهران باهوش نیست».

86 **۴**  $\{-x^2 | x \in \mathbb{N}\} = \{-1, -4, -9, \dots\}$

دقت کنید که گزینه 1 تنها یک عضو با گزینه 4 اختلاف دارد:

$\{-x^2 | x \in \mathbb{Z}\} = \{0, -1, -4, -9, \dots\}$